RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

En los problemas correspondientes a esta sección, se aplicará el *producto escalar* o *producto punto* de dos vectores para determinar el *ángulo formado por dos vectores dados* y para *determinar la proyección de una fuerza sobre un eje dado*. También se utilizará el *producto triple escalar* de tres vectores para encontrar el *momento de una fuerza con respecto a un eje dado* y para *determinar la distancia perpendicular entre dos líneas*.

1. *Cálculo del ángulo formado por dos vectores dados.* Primero se expresa cada uno de los vectores en términos de sus componentes y se determinan las magnitudes de los dos vectores. Después, se obtiene el coseno del ángulo buscado con la división del producto escalar de los dos vectores entre el producto de sus respectivas magnitudes [ecuación (3.32)].

2. *Cálculo de la proyección de un vector $\mathbf{P}$ sobre un eje dado OL.* En general, se comienza con la expresión en términos de sus componentes de $\mathbf{P}$ y del vector unitario $\boldsymbol{\lambda}$ que define la dirección del eje. Se debe tener cuidado de que $\boldsymbol{\lambda}$ tenga el sentido correcto (esto es, de que $\boldsymbol{\lambda}$ esté dirigido desde O hasta L). Entonces, la proyección buscada es igual al producto escalar $\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\lambda}$. Sin embargo, si se conoce el ángulo θ que forman $\mathbf{P}$ y $\boldsymbol{\lambda}$, la proyección también se puede calcular como $P \cos \theta$.

3. *Determinación del momento M_{OL} de una fuerza con respecto a un eje dado OL.* Se definió a M_{OL} como

$$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M}_O = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \qquad (3.42)$$

donde $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector unitario a lo largo de OL y $\mathbf{r}$ es el vector de posición *desde cualquier punto* sobre la línea OL *hasta cualquier punto* sobre la línea de acción de $\mathbf{F}$. Como fue el caso para el momento de una fuerza con respecto a un punto, elegir el vector de posición más conveniente simplificará los cálculos. Además, también se debe recordar la advertencia de la lección anterior: los vectores $\mathbf{r}$ y $\mathbf{F}$ deben tener el sentido correcto y ser colocados en la fórmula en el orden apropiado. El procedimiento que se debe seguir cuando se calcula el momento de una fuerza con respecto a un eje se ilustra en el inciso *c*) del problema resuelto 3.5. Los dos pasos esenciales en este procedimiento son: expresar primero a $\boldsymbol{\lambda}$, $\mathbf{r}$ y $\mathbf{F}$ en términos de sus componentes rectangulares para después evaluar el producto triple escalar $\boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$ con el fin de determinar el momento con respecto al eje. En la mayoría de los problemas tridimensionales, la forma más conveniente para calcular el producto triple escalar es emplear un determinante.

Como se mencionó anteriormente, cuando $\boldsymbol{\lambda}$ está dirigido a lo largo de uno de los ejes coordenados, M_{OL} es igual al componente escalar de $\mathbf{M}_O$ a lo largo de ese eje.

4. Determinación de la distancia perpendicular entre dos líneas. Se debe recordar que la componente perpendicular $\mathbf{F}_2$ de la fuerza $\mathbf{F}$ es la que tiende a hacer que el cuerpo rígido gire alrededor de un eje dado OL (figura 3.28). Entonces se concluye que

$$M_{OL} = F_2 d$$

donde M_{OL} es el momento de $\mathbf{F}$ alrededor del eje OL y d es la distancia perpendicular entre OL y la línea de acción de $\mathbf{F}$. Esta última ecuación proporciona una técnica simple para determinar d. Primero, supóngase que la fuerza $\mathbf{F}$ de magnitud conocida F se encuentra a lo largo de una de las líneas dadas y que el vector unitario $\boldsymbol{\lambda}$ se ubica a lo largo de la otra línea. Después, calcule el momento M_{OL} de la fuerza $\mathbf{F}$ con respecto a la segunda línea con el método que se presentó en los párrafos anteriores. La magnitud de la componente paralela de $\mathbf{F}$, F_1, se obtiene utilizando el producto escalar:

$$F_1 = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\lambda}$$

El valor de F_2 se determina a partir de

$$F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

Por último, se sustituyen los valores de M_{OL} y F_2 en la ecuación $M_{OL} = F_2 d$ y se resuelve para d.

Ahora se puede comprender que el cálculo de la distancia perpendicular en el inciso *d*) del problema resuelto 3.5 se simplificó debido a que $\mathbf{P}$ era perpendicular a la diagonal AG. Como, en general, las dos líneas dadas no serán perpendiculares, la técnica recién descrita se debe emplear cuando se desee determinar la distancia perpendicular entre ellas.