

3.11. MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN EJE DADO

Ahora que se ha incrementado el conocimiento del álgebra vectorial, se puede introducir un nuevo concepto: *momento de una fuerza con respecto a un eje*. Considérese nuevamente la fuerza \mathbf{F} que actúa sobre un cuerpo rígido y el momento \mathbf{M}_O de dicha fuerza con respecto a O (figura 3.27). Sea OL un eje a través de O ; el momento M_{OL} de \mathbf{F} con respecto a OL se define como la proyección OC del momento \mathbf{M}_O sobre el eje OL . Representando al vector unitario a lo largo de OL como $\boldsymbol{\lambda}$ y recordando, de las secciones 3.9 y 3.6, respectivamente, las expresiones (3.36) y (3.11) obtenidas para la proyección de un vector sobre un eje dado y para el momento \mathbf{M}_O de una fuerza \mathbf{F} , se escribe

$$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M}_O = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \quad (3.42)$$

lo cual demuestra que el momento M_{OL} de \mathbf{F} con respecto al eje OL es el escalar que se obtiene formando el producto triple escalar de $\boldsymbol{\lambda}$, \mathbf{r} y \mathbf{F} . Expresando a M_{OL} en forma de determinante, se escribe

$$M_{OL} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (3.43)$$

donde $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z =$ cosenos directores del eje OL
 $x, y, z =$ coordenadas del punto de aplicación de \mathbf{F}
 $F_x, F_y, F_z =$ componentes de la fuerza \mathbf{F}

El significado físico del momento M_{OL} de una fuerza \mathbf{F} con respecto al eje fijo OL se vuelve más evidente si se descompone a \mathbf{F} en dos componentes rectangulares \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 con \mathbf{F}_1 paralela a OL y \mathbf{F}_2 , contenida en un plano P perpendicular a OL (figura 3.28). En forma similar, descomponiendo a \mathbf{r} en dos componentes \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 y sustituyendo a \mathbf{F} y a \mathbf{r} en (3.42), se escribe

$$\begin{aligned} M_{OL} &= \boldsymbol{\lambda} \cdot [(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)] \\ &= \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1) + \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_2) + \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_1) + \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) \end{aligned}$$

Con excepción del último término del lado derecho, todos los productos triples escalares son iguales a cero, puesto que involucran a vectores que son coplanares cuando se trazan a partir de un origen común (sección 3.10), se tiene

$$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) \quad (3.44)$$

El producto vectorial $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$ es perpendicular al plano P y representa el momento de la componente \mathbf{F}_2 de \mathbf{F} con respecto al punto Q donde OL interseca a P . Por tanto, el escalar M_{OL} , el cual será positivo si $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$ y OL tienen el mismo sentido y negativo en caso contrario, mide la tendencia de \mathbf{F}_2 a hacer rotar el cuerpo rígido alrededor de OL . Como la otra componente \mathbf{F}_1 de \mathbf{F} no tiende a hacer rotar el cuerpo alrededor de OL , se concluye que *el momento M_{OL} de \mathbf{F} con respecto a OL mide la tendencia de la fuerza \mathbf{F} de impartirle al cuerpo rígido un movimiento de rotación alrededor del eje fijo OL .*

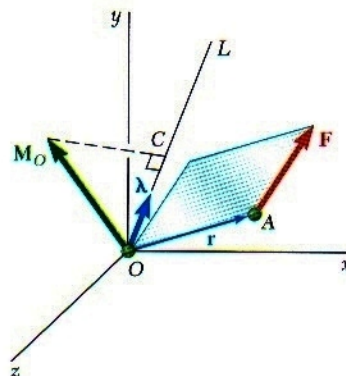


Figura 3.27

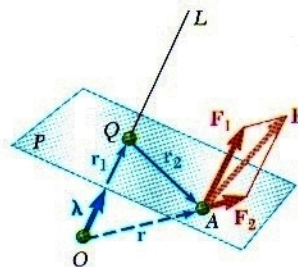


Figura 3.28

A partir de la definición del momento de una fuerza con respecto a un eje, se concluye que el momento de \mathbf{F} con respecto a un eje coordenado es igual a la componente de \mathbf{M}_O a lo largo de dicho eje. Al sustituir $\boldsymbol{\lambda}$ de manera sucesiva en la ecuación (3.42) por cada uno de los vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} , se observa que las expresiones así obtenidas para los momentos de \mathbf{F} con respecto a los ejes coordenados son iguales, respectivamente, a las expresiones obtenidas en la sección 3.8 para las componentes del momento \mathbf{M}_O de \mathbf{F} con respecto a O :

$$\begin{aligned} M_x &= yF_z - zF_y \\ M_y &= zF_x - xF_z \\ M_z &= xF_y - yF_x \end{aligned} \quad (3.18)$$

Se aprecia que de la misma forma que las componentes F_x , F_y y F_z de una fuerza \mathbf{F} que actúa sobre un cuerpo rígido miden, respectivamente, la tendencia de \mathbf{F} a mover el cuerpo rígido en las direcciones de x , y y z , los momentos M_x , M_y y M_z de \mathbf{F} con respecto a los ejes coordenados miden, respectivamente, la tendencia de \mathbf{F} a impartirle al cuerpo rígido un movimiento de rotación alrededor de los ejes x , y y z .

En general, el momento de una fuerza \mathbf{F} aplicada en A con respecto a un eje que no pasa a través del origen, se obtiene seleccionando un punto arbitrario B sobre dicho eje (figura 3.29) y determinando la proyección sobre el eje BL del momento M_B de \mathbf{F} con respecto a B . Entonces, se escribe

$$\mathbf{M}_{BL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M}_B = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_{A/B} \times \mathbf{F}) \quad (3.45)$$

donde $\mathbf{r}_{A/B} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B$ representa al vector trazado desde B hasta A . Expresando a M_{BL} en forma de determinante, se tiene

$$M_{BL} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ x_{A/B} & y_{A/B} & z_{A/B} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (3.46)$$

donde $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z =$ cosenos directores del eje BL

$$\begin{aligned} x_{A/B} &= x_A - x_B & y_{A/B} &= y_A - y_B & z_{A/B} &= z_A - z_B \\ F_x, F_y, F_z &= \text{componentes de la fuerza } \mathbf{F} \end{aligned}$$

Se debe observar que el resultado obtenido es independiente del punto B seleccionado sobre el eje dado. De hecho, denotando con M_{CL} el resultado obtenido con un punto C diferente, se tiene

$$\begin{aligned} M_{CL} &= \boldsymbol{\lambda} \cdot [(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_C) \times \mathbf{F}] \\ &= \boldsymbol{\lambda} \cdot [(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \times \mathbf{F}] + \boldsymbol{\lambda} \cdot [(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_C) \times \mathbf{F}] \end{aligned}$$

Pero como los vectores $\boldsymbol{\lambda}$ y $\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_C$ son colineales, el volumen del paralelepípedo que tiene por lados a los vectores $\boldsymbol{\lambda}$, $\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_C$ y \mathbf{F} es igual a cero, al igual que el producto triple escalar de dichos vectores (sección 3.10). Entonces, la expresión obtenida para M_{CL} se reduce a su primer término, el cual es la expresión empleada anteriormente para definir a M_{BL} . De manera adicional, a partir de la sección 3.6 se concluye que cuando se calcula el momento de \mathbf{F} con respecto a un eje dado, A puede ser cualquier punto a lo largo de la línea de acción de \mathbf{F} .

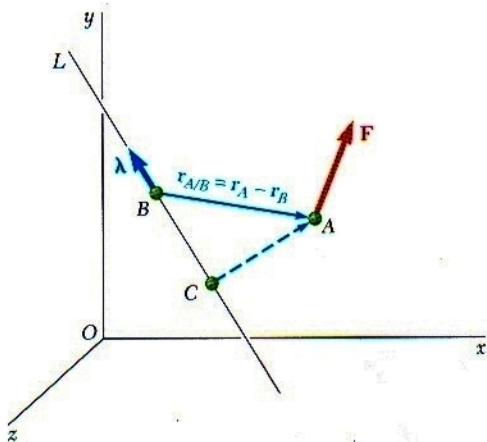
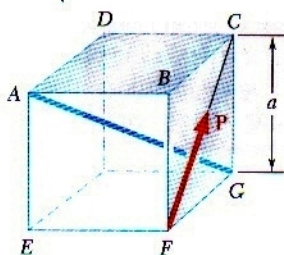
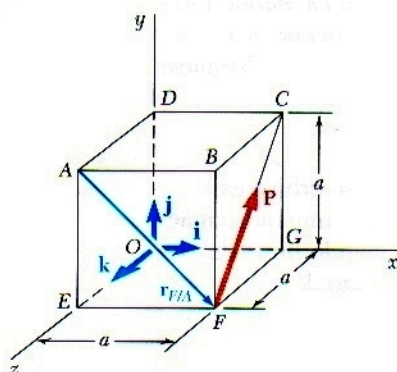


Figura 3.29



PROBLEMA RESUELTO 3.5

Sobre el cubo de lado a actúa una fuerza \mathbf{P} , como se muestra en la figura. Determine el momento de \mathbf{P} : a) con respecto a A, b) con respecto a la arista AB y c) con respecto a la diagonal AG del cubo; d) con el resultado del inciso c), determine la distancia perpendicular entre AG y FC.



SOLUCIÓN

a) **Momento con respecto a A.** Al seleccionar los ejes x, y y z como se muestra en la figura, la fuerza \mathbf{P} y el vector $\mathbf{r}_{F/A} = \overline{AF}$, trazado desde A hasta el punto de aplicación F de \mathbf{P} , se descomponen en sus componentes rectangulares.

$$\mathbf{r}_{F/A} = a\mathbf{i} - a\mathbf{j} = a(\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

$$\mathbf{P} = (P/\sqrt{2})\mathbf{j} - (P/\sqrt{2})\mathbf{k} = (P/\sqrt{2})(\mathbf{j} - \mathbf{k})$$

El momento de \mathbf{P} con respecto a A es igual a

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{F/A} \times \mathbf{P} = a(\mathbf{i} - \mathbf{j}) \times (P/\sqrt{2})(\mathbf{j} - \mathbf{k})$$

$$\mathbf{M}_A = (aP/\sqrt{2})(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}) \quad \blacktriangleleft$$

b) **Momento con respecto a AB.** Proyectando a \mathbf{M}_A sobre AB, se escribe

$$M_{AB} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{M}_A = \mathbf{i} \cdot (aP/\sqrt{2})(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$$

$$M_{AB} = aP/\sqrt{2} \quad \blacktriangleleft$$

Se verifica que, como AB es paralela al eje x , M_{AB} también es la componente del momento \mathbf{M}_A .

c) **Momento con respecto a la diagonal AG.** El momento de \mathbf{P} con respecto a AG se obtiene proyectando a \mathbf{M}_A sobre AG. Denotando con λ el vector unitario a lo largo de AG, se tiene

$$\lambda = \frac{\overline{AG}}{AG} = \frac{a\mathbf{i} - a\mathbf{j} - a\mathbf{k}}{a\sqrt{3}} = (1/\sqrt{3})(\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k})$$

$$M_{AG} = \lambda \cdot \mathbf{M}_A = (1/\sqrt{3})(\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}) \cdot (aP/\sqrt{2})(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$$

$$M_{AG} = (aP/\sqrt{6})(1 - 1 - 1) \quad \mathbf{M}_{AG} = -aP/\sqrt{6} \quad \blacktriangleleft$$

Método alternativo. El momento de \mathbf{P} con respecto a AG también se puede expresar en forma de determinante:

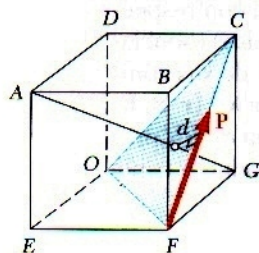
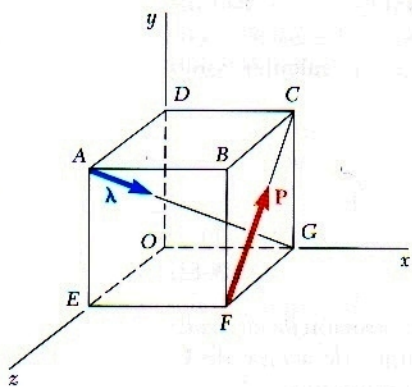
$$M_{AG} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ x_{F/A} & y_{F/A} & z_{F/A} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ a & -a & 0 \\ 0 & P/\sqrt{2} & -P/\sqrt{2} \end{vmatrix} = -aP/\sqrt{6}$$

d) **Distancia perpendicular entre AG y FC.** Primero se observa que \mathbf{P} es perpendicular a la diagonal AG. Esto se puede comprobar con el producto escalar $\mathbf{P} \cdot \lambda$ y verificar que dicho producto es igual a cero:

$$\mathbf{P} \cdot \lambda = (P/\sqrt{2})(\mathbf{j} - \mathbf{k}) \cdot (1/\sqrt{3})(\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}) = (P\sqrt{6})(0 - 1 + 1) = 0$$

Entonces, el momento M_{AG} puede ser expresado como $-Pd$, donde d es la distancia perpendicular desde AG hasta FC. (El signo negativo se usa puesto que para un observador ubicado en G, la rotación impartida al cubo por \mathbf{P} tiene el sentido del movimiento de las manecillas del reloj.) Recordando el valor encontrado para M_{AG} en el inciso c), se tiene

$$M_{AG} = -Pd = -aP/\sqrt{6} \quad d = a/\sqrt{6} \quad \blacktriangleleft$$



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

En los problemas correspondientes a esta sección, se aplicará el *producto escalar* o *producto punto* de dos vectores para determinar el *ángulo formado por dos vectores dados* y para *determinar la proyección de una fuerza sobre un eje dado*. También se utilizará el *producto triple escalar* de tres vectores para encontrar el *momento de una fuerza con respecto a un eje dado* y para *determinar la distancia perpendicular entre dos líneas*.

1. Cálculo del ángulo formado por dos vectores dados. Primero se expresa cada uno de los vectores en términos de sus componentes y se determinan las magnitudes de los dos vectores. Después, se obtiene el coseno del ángulo buscado con la división del producto escalar de los dos vectores entre el producto de sus respectivas magnitudes [ecuación (3.32)].

2. Cálculo de la proyección de un vector \mathbf{P} sobre un eje dado OL . En general, se comienza con la expresión en términos de sus componentes de \mathbf{P} y del vector unitario $\boldsymbol{\lambda}$ que define la dirección del eje. Se debe tener cuidado de que $\boldsymbol{\lambda}$ tenga el sentido correcto (esto es, de que $\boldsymbol{\lambda}$ esté dirigido desde O hasta L). Entonces, la proyección buscada es igual al producto escalar $\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\lambda}$. Sin embargo, si se conoce el ángulo θ que forman \mathbf{P} y $\boldsymbol{\lambda}$, la proyección también se puede calcular como $P \cos \theta$.

3. Determinación del momento M_{OL} de una fuerza con respecto a un eje dado OL . Se definió a M_{OL} como

$$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M}_O = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \quad (3.42)$$

donde $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector unitario a lo largo de OL y \mathbf{r} es el vector de posición *desde cualquier punto* sobre la línea OL *hasta cualquier punto* sobre la línea de acción de \mathbf{F} . Como fue el caso para el momento de una fuerza con respecto a un punto, elegir el vector de posición más conveniente simplificará los cálculos. Además, también se debe recordar la advertencia de la lección anterior: los vectores \mathbf{r} y \mathbf{F} deben tener el sentido correcto y ser colocados en la fórmula en el orden apropiado. El procedimiento que se debe seguir cuando se calcula el momento de una fuerza con respecto a un eje se ilustra en el inciso *c*) del problema resuelto 3.5. Los dos pasos esenciales en este procedimiento son: expresar primero a $\boldsymbol{\lambda}$, \mathbf{r} y \mathbf{F} en términos de sus componentes rectangulares para después evaluar el producto triple escalar $\boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$ con el fin de determinar el momento con respecto al eje. En la mayoría de los problemas tridimensionales, la forma más conveniente para calcular el producto triple escalar es emplear un determinante.

Como se mencionó anteriormente, cuando $\boldsymbol{\lambda}$ está dirigido a lo largo de uno de los ejes coordenados, M_{OL} es igual al componente escalar de \mathbf{M}_O a lo largo de ese eje.

4. Determinación de la distancia perpendicular entre dos líneas. Se debe recordar que la componente perpendicular F_2 de la fuerza \mathbf{F} es la que tiende a hacer que el cuerpo rígido gire alrededor de un eje dado OL (figura 3.28). Entonces se concluye que

$$M_{OL} = F_2 d$$

donde M_{OL} es el momento de \mathbf{F} alrededor del eje OL y d es la distancia perpendicular entre OL y la línea de acción de \mathbf{F} . Esta última ecuación proporciona una técnica simple para determinar d . Primero, supóngase que la fuerza \mathbf{F} de magnitud conocida F se encuentra a lo largo de una de las líneas dadas y que el vector unitario λ se ubica a lo largo de la otra línea. Después, calcule el momento M_{OL} de la fuerza \mathbf{F} con respecto a la segunda línea con el método que se presentó en los párrafos anteriores. La magnitud de la componente paralela de \mathbf{F} , F_1 se obtiene utilizando el producto escalar:

$$F_1 = \mathbf{F} \cdot \lambda$$

El valor de F_2 se determina a partir de

$$F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

Por último, se sustituyen los valores de M_{OL} y F_2 en la ecuación $M_{OL} = F_2 d$ y se resuelve para d .

Ahora se puede comprender que el cálculo de la distancia perpendicular en el inciso d) del problema resuelto 3.5 se simplificó debido a que \mathbf{P} era perpendicular a la diagonal AG . Como, en general, las dos líneas dadas no serán perpendiculares, la técnica recién descrita se debe emplear cuando se desee determinar la distancia perpendicular entre ellas.

Problemas

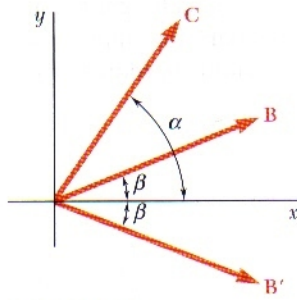


Figura P3.36

3.35 Dados los vectores $\mathbf{P} = -4\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{Q} = 9\mathbf{i} - \mathbf{j} - 7\mathbf{k}$, y $\mathbf{S} = 5\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, encuentre los productos escalares $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{P} \cdot \mathbf{S}$ y $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{S}$.

3.36 Obtenga los productos escalares $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$ y $\mathbf{B}' \cdot \mathbf{C}$, donde $B = B'$, y utilice los resultados obtenidos para demostrar la identidad

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos (\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos (\alpha - \beta).$$

3.37 Se utilizan tres cables para sostener un contenedor como se muestra en la figura. Determine el ángulo formado por los cables AB y AD .

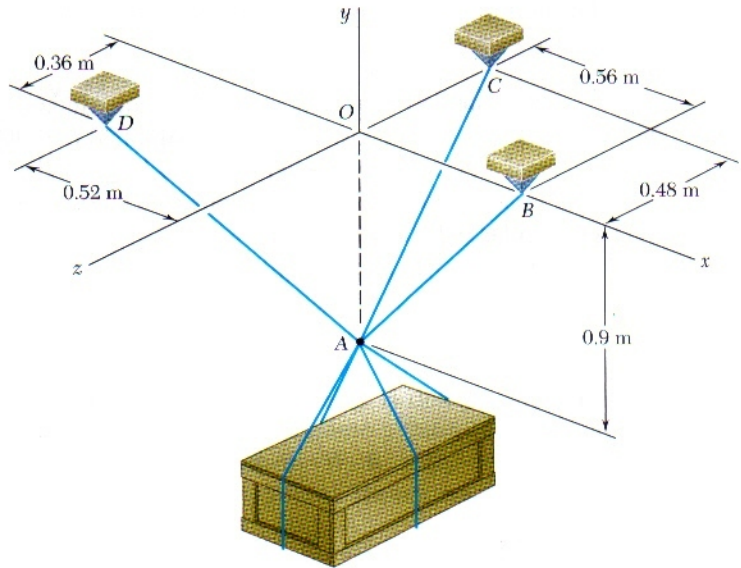


Figura P3.37 y P3.38

3.38 Para sostener un contenedor, como se muestra en la figura, se utilizan tres cables. Determine el ángulo formado por los cables AC y AD .

3.39 Los elementos AB , BC y CD del marco de acero mostrado en la figura están unidos en B y C , asegurados mediante los cables EF y EG . Si E es el punto medio de BC y la tensión en el cable EF es de 110 lb, determine a) el ángulo entre EF y el elemento BC , b) la proyección sobre BC de la fuerza ejercida por el cable EF en el punto E .

3.40 Los elementos AB , BC y CD del marco de acero mostrado en la figura están unidos en B y C , asegurados mediante los cables EF y EG . Si E es el punto medio de BC y la tensión en el cable EG es de 178 lb, determine a) el ángulo entre EG y el elemento BC , b) la proyección sobre BC de la fuerza ejercida por el cable EG en el punto E .

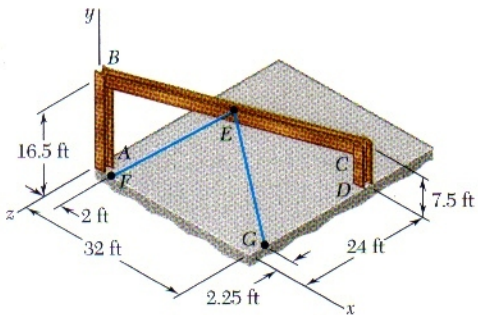


Figura P3.39 y P3.40

3.41 En la figura se muestra un mástil y parte de los aparejos de un velero. Los elementos CD y EF pertenecen al mismo plano, CD tiene longitud de 7.5 m y forma un ángulo de 45° con una línea vertical que pasa por C . Si cuando $\theta = 15^\circ$ la tensión en la cuerda AB es de 230 N, determine *a*) el ángulo entre las cuerdas AB y BD , *b*) la proyección sobre BD de la fuerza ejercida por la cuerda AB en el punto B .

3.42 En la figura se muestra un mástil y parte de los aparejos de un velero. Los elementos CD and EF pertenecen al mismo plano, CD tiene longitud de 7.5 m y forma un ángulo de 45° con una línea vertical que pasa por C . Si cuando $\theta = 10^\circ$ a tensión en la cuerda BD es de 250 N, determine *a*) el ángulo entre la cuerda BD y el arpón CD , *b*) la proyección sobre CD de la fuerza ejercida por la cuerda BD en el punto D .

3.43 Determine el volumen del paralelepípedo de la figura 3.25 si *a*) $\mathbf{P} = (3 \text{ in.})\mathbf{i} - (4 \text{ in.})\mathbf{j} + (1 \text{ in.})\mathbf{k}$, $\mathbf{Q} = -(7 \text{ in.})\mathbf{i} + (6 \text{ in.})\mathbf{j} - (8 \text{ in.})\mathbf{k}$ y $\mathbf{S} = (9 \text{ in.})\mathbf{i} - (2 \text{ in.})\mathbf{j} - (3 \text{ in.})\mathbf{k}$, *b*) $\mathbf{P} = -(5 \text{ in.})\mathbf{i} - (7 \text{ in.})\mathbf{j} + (4 \text{ in.})\mathbf{k}$, $\mathbf{Q} = (6 \text{ in.})\mathbf{i} - (2 \text{ in.})\mathbf{j} + (5 \text{ in.})\mathbf{k}$, y $\mathbf{S} = -(4 \text{ in.})\mathbf{i} + (8 \text{ in.})\mathbf{j} - (9 \text{ in.})\mathbf{k}$.

3.44 Dados los vectores $\mathbf{P} = -3\mathbf{i} - 7\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{Q} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ y $\mathbf{S} = 8\mathbf{i} + S_y\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$, determine el valor de S_y para el que los tres vectores son coplanares.

3.45 La plataforma rectangular tiene bisagras en A y B y se sostiene mediante un cable que pasa, sin fricción, por un gancho colocado en E . Si la tensión en el cable es de 1 349 N, determine el momento de la fuerza ejercida por el cable en C respecto a cada uno de los ejes coordenados.

3.46 La plataforma rectangular tiene bisagras en A y B y se sostiene mediante un cable que pasa, sin fricción, por un gancho colocado en E . Si la tensión en el cable es de 1 349 N, determine el momento de la fuerza ejercida por el cable en D respecto a cada uno de los ejes coordenados.

3.47 Una cerca consiste en postes de madera y un cable de acero sujeto a cada poste y anclado al suelo en los puntos A y D . Si la suma de momentos, respecto al eje z , de las fuerzas ejercidas por el cable sobre los postes ubicados en B y C es de $-48 \text{ lb} \cdot \text{ft}$, determine la magnitud de \mathbf{T}_{CD} cuando $T_{BA} = 14 \text{ lb}$.

3.48 Una cerca consiste en postes de madera y un cable de acero sujeto a cada poste y anclado al suelo en los puntos A y D . Si la suma de momentos, respecto al eje y , de las fuerzas ejercidas por el cable sobre los postes ubicados en B y C es de $156 \text{ lb} \cdot \text{ft}$, determine la magnitud de \mathbf{T}_{BA} cuando $T_{CD} = 7.5 \text{ lb}$.

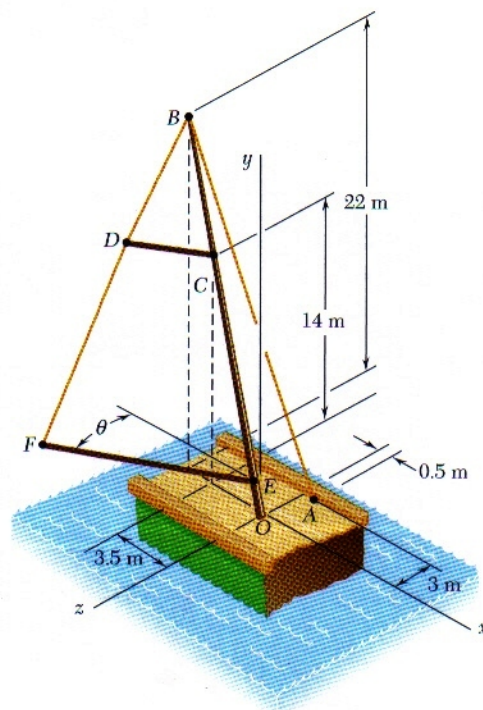


Figura P3.41 y P3.42

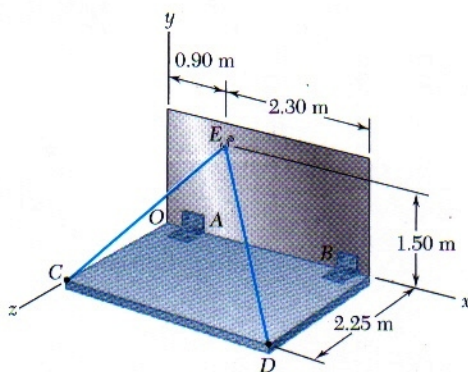


Figura P3.45 y P3.46

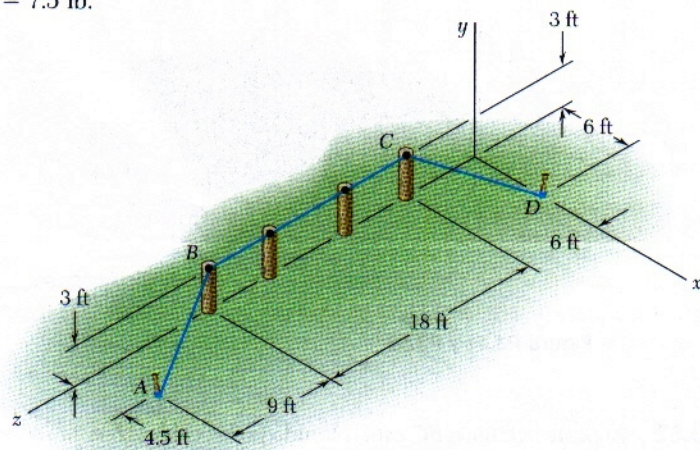


Figura P3.47 y P3.48

3.49 Una fuerza \mathbf{P} se aplica a la palanca de un tornillo de presión. Si \mathbf{P} pertenece a un plano paralelo al plano yz y $M_x = 26 \text{ N} \cdot \text{m}$, $M_y = -23 \text{ N} \cdot \text{m}$ y $M_z = -4 \text{ N} \cdot \text{m}$, determine la magnitud de \mathbf{P} y los valores de ϕ y θ .

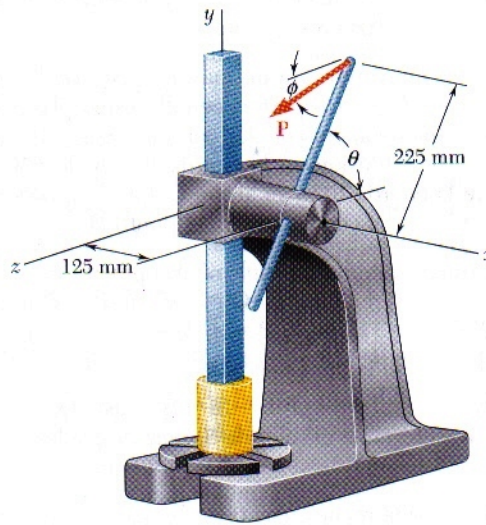


Figura P3.49 y P3.50

3.50 Una fuerza \mathbf{P} se aplica a la palanca de un tornillo de presión. Si \mathbf{P} pertenece a un plano paralelo al plano yz y $M_y = -20 \text{ N} \cdot \text{m}$ y $M_z = -3.5 \text{ N} \cdot \text{m}$, determine el momento de M_x de \mathbf{P} respecto al eje x cuando $\theta = 60^\circ$.

3.51 El poste utilitario BC está retenido por el cable AB como se muestra en la figura. Si la magnitud de la fuerza ejercida por el cable en B es de 70 lb , y el momento de esa fuerza respecto al eje x es de $-763 \text{ lb} \cdot \text{ft}$, determine la longitud del poste.

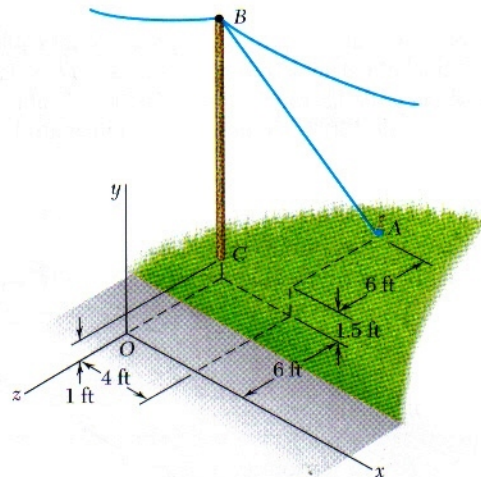


Figura P3.51 y P3.52

3.52 El poste utilitario BC está retenido por el cable AB como se muestra en la figura. Si los momentos de la fuerza ejercida por el cable en el punto B respecto a los ejes x y z son, respectivamente, de $-900 \text{ lb} \cdot \text{ft}$ y $-315 \text{ lb} \cdot \text{ft}$, determine la longitud del poste.

3.53 El marco ACD está articulado en A y D y se sostiene mediante un cable, el cual pasa por un anillo colocado en B y está unido a ganchos en G y H . Si la tensión en el cable es de $1\,125\text{ N}$, determine el momento, respecto a la diagonal AD , de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo BH del cable.

3.54 El marco ACD está articulado en A y D y se sostiene mediante un cable, el cual pasa por un anillo colocado en B y está unido a ganchos en G y H . Si la tensión en el cable es de $1\,125\text{ N}$, determine el momento, respecto a la diagonal AD , de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo BG del cable.

3.55 La sección $ABCD$ de una pasarela inclinada en voladizo mide 2.4 m de ancho y está parcialmente sostenida por los elementos EF y GH . Si la fuerza compresiva ejercida por el elemento EF sobre la pasarela en el punto F es de 24.3 kN , determine el momento de esa fuerza respecto al borde AD .

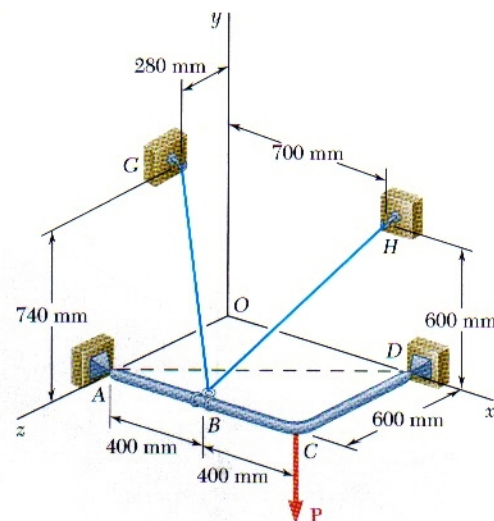


Figura P3.53 y P3.54

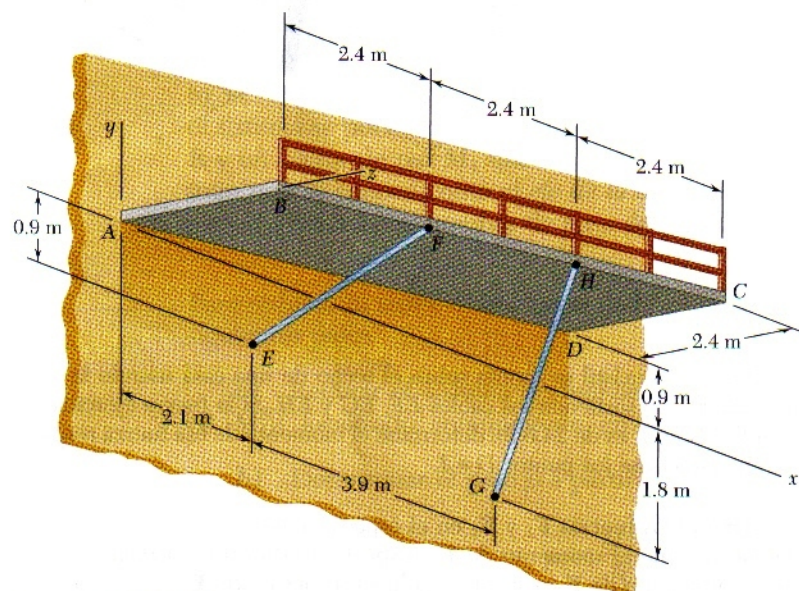


Figura P3.55 y P3.56

3.56 La sección $ABCD$ de una pasarela inclinada en voladizo mide 2.4 m de ancho y está parcialmente sostenida por los elementos EF y GH . Si la fuerza compresiva ejercida por el elemento GH sobre la pasarela en el punto H es de 21.3 kN , determine el momento de esa fuerza respecto al borde AD .

3.57 Un tetraedro rectangular tiene seis lados de longitud a . Si una fuerza \mathbf{P} se aplica a lo largo del borde BC como indica la figura, determine el momento de la fuerza \mathbf{P} respecto al borde OA .

3.58 Un tetraedro rectangular tiene seis lados de longitud a . a) Demuestre que dos bordes opuestos, como OA y BC , son mutuamente perpendiculares. b) Use esta propiedad y el resultado obtenido en el problema 3.57 para determinar la distancia perpendicular entre los bordes OA y BC .

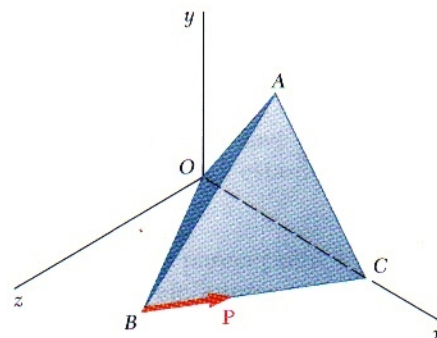


Figura P3.57 y P3.58

3.59 Un mástil se monta sobre el techo de una casa usando la ménsula $ABCD$ y lo sostienen los cables EF , EG y EH . Si la fuerza ejercida por el cable EF en el punto E es de 29.7 lb, determine el momento de esa fuerza respecto a la línea que une los puntos D e I .

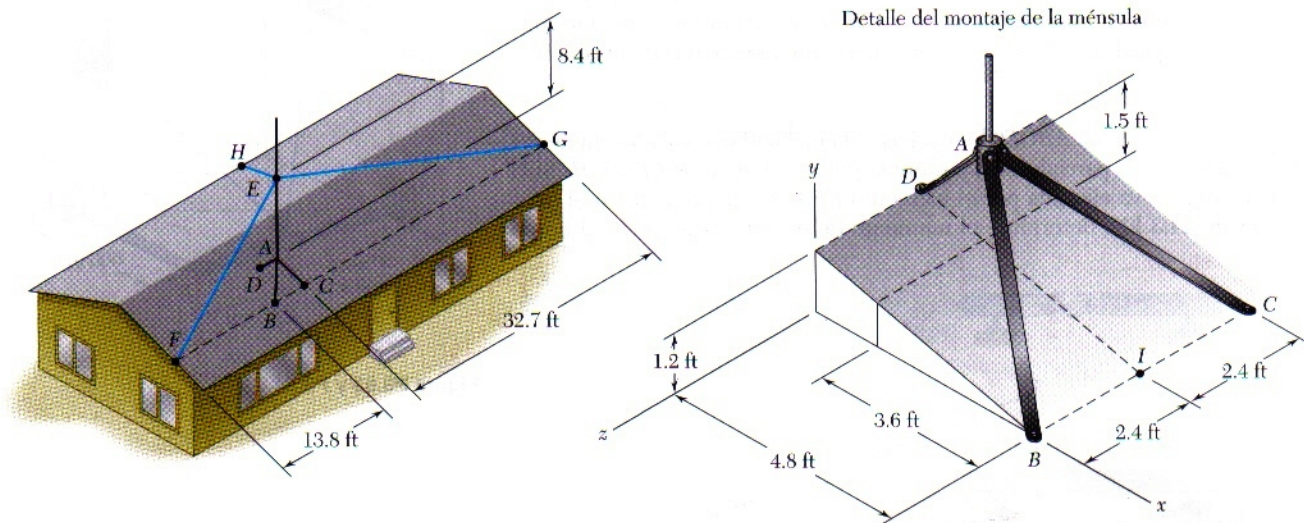


Figura P3.59 y P3.60

3.60 Un mástil se monta sobre el techo de una casa usando la ménsula $ABCD$ y lo sostienen los cables EF , EG y EH . Si la fuerza ejercida por el cable EG en E es de 24.6 lb, determine el momento de esa fuerza respecto a la línea que une los puntos D e I .

3.61 Dos fuerzas \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 en el espacio tienen la misma magnitud F . Demuestre que el momento de \mathbf{F}_1 respecto a la línea de acción de \mathbf{F}_2 es igual al momento de \mathbf{F}_2 respecto a la línea de acción de \mathbf{F}_1 .

***3.62** En el problema 3.53, determine la distancia perpendicular entre el tramo BH del cable y la diagonal AD .

***3.63** En el problema 3.54, determine la distancia perpendicular entre el tramo BG del cable y la diagonal AD .

***3.64** En el problema 3.59, determine la distancia perpendicular entre el cable EF y la línea que une los puntos D e I .

***3.65** En el problema 3.60, determine la distancia perpendicular entre el cable EG y la línea que une los puntos D e I .

***3.66** En el problema 3.55, determine la distancia perpendicular entre el elemento EF y el borde AD de la pasarela.

***3.67** En el problema 3.56, determine la distancia perpendicular entre el elemento GH y el borde AD de la pasarela.