

Se dice que *dos fuerzas \mathbf{F} y $-\mathbf{F}$ que tienen la misma magnitud, líneas de acción paralelas y sentidos opuestos forman un par* (figura 3.30). Obviamente, la suma de las componentes de las dos fuerzas en cualquier dirección es igual a cero. Sin embargo, la suma de los momentos de las dos fuerzas con respecto a un punto dado no es cero. Aunque las dos fuerzas no originarán una traslación del cuerpo sobre el que están actuando, éstas sí tenderán a hacerlo rotar.

Al representar con \mathbf{r}_A y \mathbf{r}_B , respectivamente, a los vectores de posición de los puntos de aplicación de \mathbf{F} y $-\mathbf{F}$ (figura 3.31), se encuentra que la suma de los momentos de las dos fuerzas con respecto a O es

$$\mathbf{r}_A \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_B \times (-\mathbf{F}) = (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \times \mathbf{F}$$

Si se define $\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B = \mathbf{r}$, donde \mathbf{r} es el vector que une los puntos de aplicación de las dos fuerzas, se concluye que la suma de los momentos de \mathbf{F} y $-\mathbf{F}$, con respecto a O , está representado por el vector

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (3.47)$$

El vector \mathbf{M} se conoce como el *momento del par*; se trata de un vector perpendicular al plano que contiene las dos fuerzas y su magnitud está dada por

$$M = rF \sin \theta = Fd \quad (3.48)$$

donde d es la distancia perpendicular entre las líneas de acción de \mathbf{F} y $-\mathbf{F}$. El sentido de \mathbf{M} está definido por la regla de la mano derecha.

Como el vector \mathbf{r} en (3.47) es independiente de la elección del origen O de los ejes coordenados, se observa que se obtendría el mismo resultado si los momentos de \mathbf{F} y $-\mathbf{F}$ se hubieran calculado con respecto a un punto O' . Por tanto, el momento \mathbf{M} de un par es un *vector libre* (sección 2.3) que puede ser aplicado en cualquier punto (figura 3.32).

A partir de la definición del momento de un par también se concluye que dos pares, uno constituido por las fuerzas \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$, y el otro constituido por las fuerzas \mathbf{F}_2 y $-\mathbf{F}_2$ (figura 3.33) tendrán momentos iguales si

$$F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad (3.49)$$

y si los dos pares se encuentran en planos paralelos (o en el mismo plano) y tienen el mismo sentido.

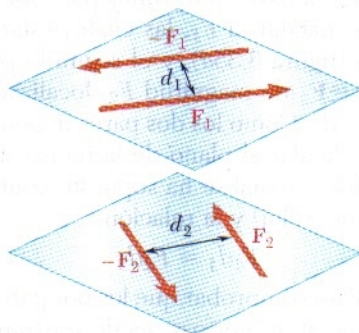


Figura 3.33

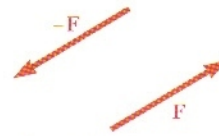


Figura 3.30

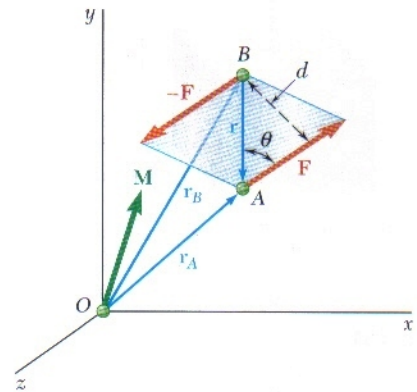


Figura 3.31

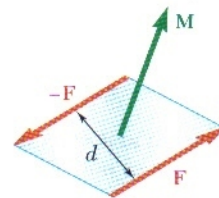
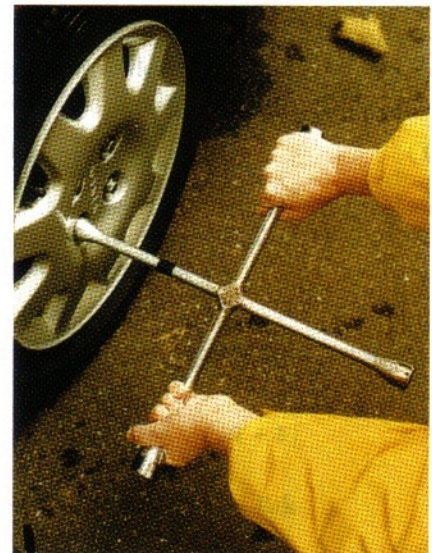


Figura 3.32



Fotografía 3.1 Las fuerzas paralelas de igual magnitud ejercidas hacia arriba y hacia abajo sobre los brazos de la cruceta, son ejemplo de un par.

3.13. PARES EQUIVALENTES

La figura 3.34 muestra tres pares que actúan de manera sucesiva sobre la misma caja rectangular. Como se vio en la sección anterior, el único movimiento que un par le puede impartir a un cuerpo rígido es una rotación. Como cada uno de los tres pares mostrados tiene el mismo momento \mathbf{M} (la misma dirección y la misma magnitud $M = 120 \text{ lb} \cdot \text{in.}$), se puede esperar que los tres pares tengan el mismo efecto sobre la caja.

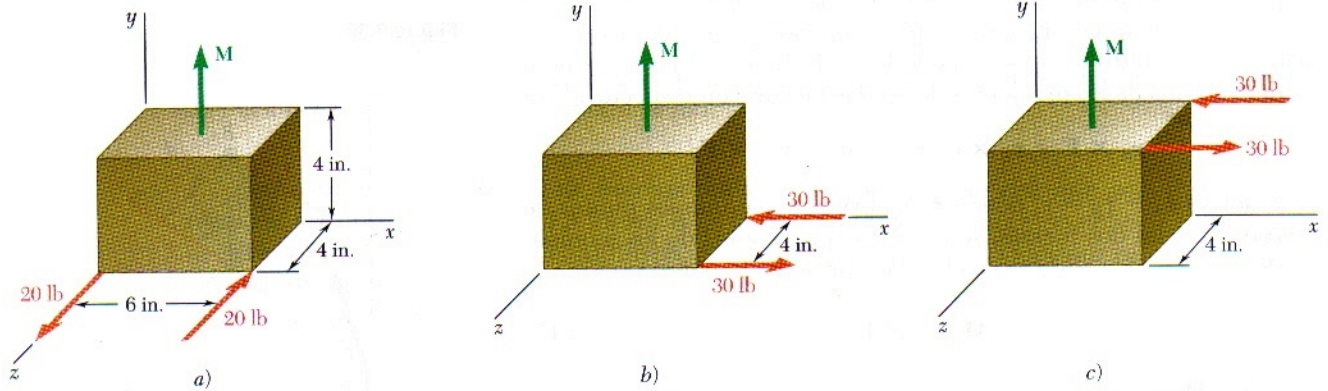


Figura 3.34

Por más razonable que parezca esta conclusión, no debe aceptarse de inmediato. Aunque la intuición es de gran ayuda en el estudio de la mecánica, no debe ser aceptada como un sustituto del razonamiento lógico. Antes de establecer que dos sistemas (o grupos) de fuerzas tienen el mismo efecto sobre un cuerpo rígido, esto debe demostrarse con base en la evidencia experimental que se ha presentado hasta este momento. Esta evidencia consiste en la ley del paralelogramo para la suma de dos fuerzas (sección 2.2) y en el principio de transmisibilidad (sección 3.3). Por tanto, se establecerá que *dos sistemas de fuerzas equivalentes* (esto es, que dichos sistemas tienen el mismo efecto sobre un cuerpo rígido) *si pueden transformarse a uno de ellos en el otro por medio de una o varias de las siguientes operaciones*: 1) reemplazar dos fuerzas que actúan sobre la misma partícula por su resultante, 2) descomponer a una fuerza en dos componentes, 3) cancelar dos fuerzas iguales y opuestas que actúan sobre la misma partícula, 4) unir a la misma partícula dos fuerzas iguales y opuestas y 5) mover una fuerza a lo largo de su línea de acción. Cada una de estas operaciones se justifica fácilmente con base en la ley del paralelogramo o en el principio de transmisibilidad.

Ahora se procede a demostrar que *dos pares que tienen el mismo momento \mathbf{M} son equivalentes*. Primero se consideran dos pares contenidos en el mismo plano y se supone que dicho plano coincide con el plano de la figura (figura 3.35). El primer par está constituido por las fuerzas \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$ de magnitud F_1 , las cuales están localizadas a una distancia d_1 entre sí (figura 3.35a), y el segundo par está constituido por las fuerzas \mathbf{F}_2 y $-\mathbf{F}_2$ de magnitud F_2 , localizadas a una distancia d_2 entre sí (figura 3.35d). Como los dos pares tienen el mismo momento \mathbf{M} , que es perpendicular al plano de la figura, ambos pares deben tener el mismo sentido (el cual se ha supuesto contrario al movimiento de las manecillas del reloj) y la relación

$$F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad (3.49)$$

debe ser satisfecha. Para comprobar que los dos pares son equivalentes, se debe demostrar que el primer par puede ser transformado en el segundo por medio de las operaciones enumeradas con anterioridad.

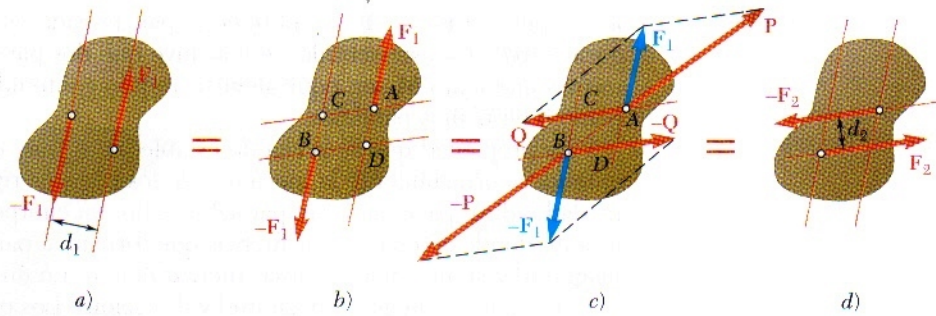


Figura 3.35

Al representar con A, B, C y D los puntos de intersección de las líneas de acción de los dos pares, se deslizan primero las fuerzas \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$ hasta que estén unidas, respectivamente, a A y B , como se muestra en la figura 3.35b. Entonces, la fuerza \mathbf{F}_1 se descompone en una componente \mathbf{P} a lo largo de la línea AB y una componente \mathbf{Q} a lo largo de AC (figura 3.35c); similarmente, la fuerza $-\mathbf{F}_1$ se descompone en $-\mathbf{P}$ a lo largo de AB y en $-\mathbf{Q}$ a lo largo de BD . Las fuerzas \mathbf{P} y $-\mathbf{P}$ tienen la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos; tales fuerzas pueden moverse a lo largo de su línea de acción común hasta aparecer aplicadas en el mismo punto para que, entonces, puedan ser canceladas. Por tanto, el par formado por \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$ se reduce al par constituido por \mathbf{Q} y $-\mathbf{Q}$.

A continuación se comprueba que las fuerzas \mathbf{Q} y $-\mathbf{Q}$ son iguales, respectivamente, a las fuerzas $-\mathbf{F}_2$ y \mathbf{F}_2 . El momento del par formado por \mathbf{Q} y $-\mathbf{Q}$ puede obtenerse calculando el momento de \mathbf{Q} con respecto a B ; en forma similar, el momento del par formado por \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$ es el momento de \mathbf{F}_1 con respecto a B . Pero, por el teorema de Varignon, el momento de \mathbf{F}_1 es igual a la suma de los momentos de sus componentes \mathbf{P} y \mathbf{Q} . Como el momento de \mathbf{P} con respecto a B es igual a cero, el momento del par formado por \mathbf{Q} y $-\mathbf{Q}$ debe ser igual al momento del par formado por \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$. Recordando (3.49), se escribe

$$Qd_2 = F_1d_1 = F_2d_2 \quad \text{y} \quad Q = F_2$$

Por tanto, las fuerzas \mathbf{Q} y $-\mathbf{Q}$ son iguales, respectivamente, a las fuerzas $-\mathbf{F}_2$ y \mathbf{F}_2 , y el par de la figura 3.35a es equivalente al par de la figura 3.35d.

Considere ahora dos pares contenidos en planos paralelos P_1 y P_2 ; a continuación se demostrará que dichos pares son equivalentes si tienen el mismo momento. En virtud de lo que se ha presentado hasta ahora, se puede suponer que ambos pares están constituidos por fuerzas que tienen la misma magnitud F y que actúan a lo largo de líneas paralelas (figura 3.36a y d). Se pretende demostrar que el par contenido en el plano P_1 puede ser transformado en el par contenido en el plano P_2 por medio de las operaciones estándar que ya se mencionaron.

Considere dos planos definidos, respectivamente, por las líneas de acción de \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_2$ y por las líneas de acción de $-\mathbf{F}_1$ y \mathbf{F}_2 (figura 3.36b). En un punto sobre la línea de intersección de los dos planos se unen dos fuerzas \mathbf{F}_3 y $-\mathbf{F}_3$, que son iguales, respectivamente, a \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$. El par formado por \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_3$ puede ser reemplazado por un par constituido por \mathbf{F}_3 y $-\mathbf{F}_2$ (figura 3.36c) puesto que, obviamente, ambos pares tienen el mismo momento y están contenidos en el mismo plano. En forma análoga, el par formado por $-\mathbf{F}_1$ y \mathbf{F}_3 puede ser reemplazado por un par constituido por $-\mathbf{F}_3$ y \mathbf{F}_2 . Cancelando las dos fuerzas igua-

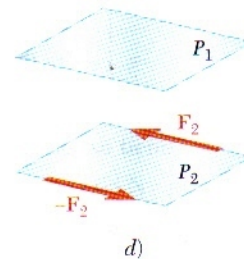
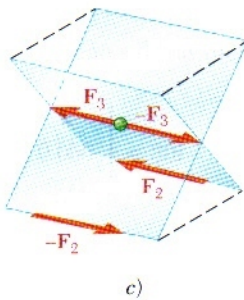
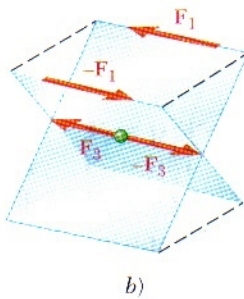
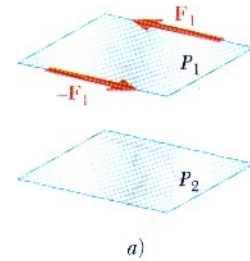


Figura 3.36

les y opuestas \mathbf{F}_3 y $-\mathbf{F}_3$, se obtiene el par deseado en el plano P_2 (figura 3.36d). En este sentido, se concluye que dos pares que tienen el mismo momento \mathbf{M} son equivalentes si están contenidos en el mismo plano o en planos paralelos.

La propiedad que se acaba de establecer es muy importante para entender correctamente la mecánica de los cuerpos rígidos. Esta propiedad indica que cuando un par actúa sobre un cuerpo rígido, es irrelevante dónde actúan las dos fuerzas que forman al par o cuáles son la magnitud y la dirección que esas fuerzas tienen. Lo único que importa es el *momento* del par (su magnitud y dirección). Los pares con el mismo momento tendrán el mismo efecto sobre el cuerpo rígido.

3.14. ADICIÓN O SUMA DE PARES

Considere dos planos P_1 y P_2 que se intersectan y dos pares que actúan, respectivamente, en P_1 y P_2 . Se puede suponer, sin perder la generalidad, que el par en P_1 consta de dos fuerzas \mathbf{F}_1 y $-\mathbf{F}_1$ perpendiculares a la línea de intersección de los dos planos y que actúan, respectivamente, en A y B (figura 3.37a). En forma similar, se supone que el par en P_2 consta de dos fuerzas \mathbf{F}_2 y $-\mathbf{F}_2$ perpendiculares a AB y que actúan, respectivamente, en A y B . Es obvio que la resultante \mathbf{R} de \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 y la resultante $-\mathbf{R}$ de $-\mathbf{F}_1$ y $-\mathbf{F}_2$ forman un par. Si se representa con \mathbf{r} el vector que une a B con A y si recordamos la definición de par (sección 3.12), el momento \mathbf{M} del par resultante queda expresado como sigue:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{R} = \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$$

y, por el teorema de Varignon,

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2$$

Pero el primer término en la expresión obtenida representa al momento \mathbf{M}_1 del par en P_1 y el segundo término representa al momento \mathbf{M}_2 del par en P_2 . Así se tiene

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 \quad (3.50)$$

y se concluye que la suma de dos pares cuyos momentos son iguales a \mathbf{M}_1 y \mathbf{M}_2 es un par de momento \mathbf{M} igual a la suma vectorial de \mathbf{M}_1 y \mathbf{M}_2 (figura 3.37b).

3.15. LOS PARES PUEDEN REPRESENTARSE POR MEDIO DE VECTORES

Como se vio en la sección 3.13, los pares que tienen el mismo momento, sin importar si actúan en el mismo plano o en planos paralelos, son equivalentes. Por tanto, no hay necesidad de dibujar las fuerzas que en realidad forman un par dado con el propósito de definir el efecto que dicho par tiene sobre un cuerpo rígido (figura 3.38a). Es suficiente dibujar una flecha igual en magnitud y dirección al momento \mathbf{M} del par (figura 3.38b). Por otra parte, en la sección 3.14 quedó expresado que la suma de dos pares es otro par y que el momento \mathbf{M} del par resultante puede obtenerse mediante la suma vectorial los momentos \mathbf{M}_1 y \mathbf{M}_2 , de los pares dados. Por consiguiente, los pares obedecen la ley para la adición de vectores y la flecha usada en la figura 3.38b para representar al par definido en la figura 3.38a puede considerarse como un vector verdadero.

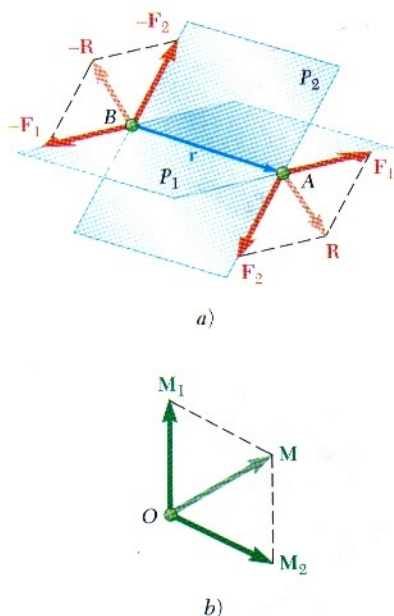


Figura 3.37

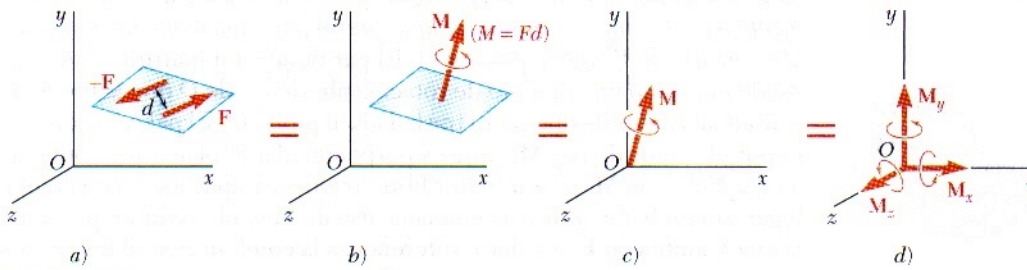


Figura 3.38

El vector que representa un par recibe el nombre de *vector de par*. Obsérvese que en la figura 3.38 se usó una flecha roja para distinguir al vector de par, la cual representa al par mismo, del momento del par, que se representó con una flecha verde en figuras anteriores. Nótese también que se ha agregado el símbolo \curvearrowright a esta flecha roja con el fin de evitar cualquier confusión con los vectores que representan fuerzas. El vector de par, como el momento de un par, es un vector libre. Por tanto, su punto de aplicación puede ser elegido en el origen del sistema de coordenadas si así se desea (figura 3.38c). Además, el vector del momento \mathbf{M} se puede descomponer en componentes vectoriales \mathbf{M}_x , \mathbf{M}_y y \mathbf{M}_z , las cuales están dirigidas a lo largo de los ejes coordenados (figura 3.38d). Esas componentes vectoriales representan pares que actúan, respectivamente, en los planos yz , zx y xy .

3.16. DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA DADA EN UNA FUERZA EN O Y UN PAR

Considere una fuerza \mathbf{F} que actúa sobre un cuerpo rígido en un punto A definido por el vector de posición \mathbf{r} (figura 3.39a). Suponga que por alguna razón se quiere que la fuerza actúe en el punto O. Aunque \mathbf{F} se puede mover a lo largo de su línea de acción (principio de transmisibilidad), no es posible moverla al punto O, que no se encuentra sobre la línea de acción original de la fuerza, sin modificar el efecto que \mathbf{F} tiene sobre el cuerpo rígido.

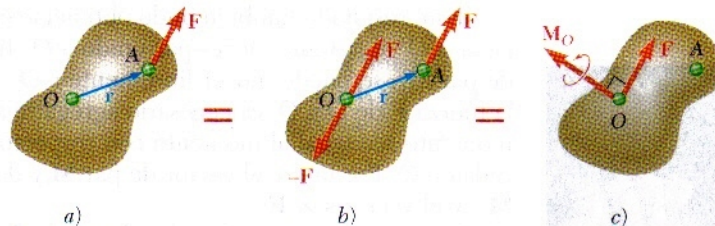


Figura 3.39

Sin embargo, pueden unirse dos fuerzas al punto O, una igual a \mathbf{F} y otra igual a $-\mathbf{F}$, sin modificar el efecto que la fuerza original tiene sobre el cuerpo rígido (figura 3.39b). Como una consecuencia de esta transformación, ahora una fuerza \mathbf{F} se aplica en O; las otras dos fuerzas

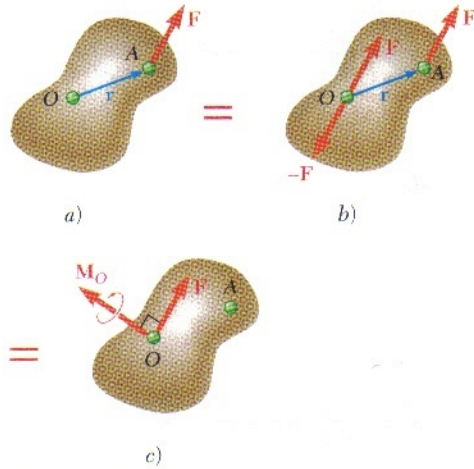


Figura 3.39 (repetida)

forman un par con un momento $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Por tanto, *cualquier fuerza \mathbf{F} que actúe sobre un cuerpo rígido puede ser trasladada a un punto arbitrario O siempre y cuando se agregue un par cuyo momento sea igual al momento de \mathbf{F} con respecto a O* . El par tiende a impartirle al cuerpo rígido el mismo movimiento de rotación alrededor de O que la fuerza \mathbf{F} ocasionaba antes de que fuera trasladada al punto O . El par se representa por el vector de par \mathbf{M}_O que es perpendicular al plano que contiene a \mathbf{r} y a \mathbf{F} . Como \mathbf{M}_O es un vector libre, puede ser aplicado en cualquier lugar; sin embargo, por conveniencia, usualmente el vector de par se fija en O , junto con \mathbf{F} , y se hace referencia a la combinación obtenida como un *sistema fuerza-par* (figura 3.39c).

Si la fuerza \mathbf{F} se hubiera trasladado del punto A a un punto diferente O' (figura 3.40a y c), se tendría que calcular el momento $\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{r}' \times \mathbf{F}$ de \mathbf{F} con respecto a O' y se hubiera fijado a O' un nuevo sistema fuerza-par constituido por \mathbf{F} y por el vector de par $\mathbf{M}_{O'}$. La relación que existe entre los momentos de \mathbf{F} con respecto a O y a O' se obtiene

$$\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{r}' \times \mathbf{F} = (\mathbf{r} + \mathbf{s}) \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} + \mathbf{s} \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{M}_O + \mathbf{s} \times \mathbf{F} \quad (3.51)$$

donde \mathbf{s} es el vector que une a O' con O . De esta manera, el momento $\mathbf{M}_{O'}$ de \mathbf{F} con respecto a O' se obtiene sumándole al momento \mathbf{M}_O de \mathbf{F} con respecto a O el producto vectorial $\mathbf{s} \times \mathbf{F}$ que representa el momento con respecto a O' de la fuerza \mathbf{F} aplicada en O .

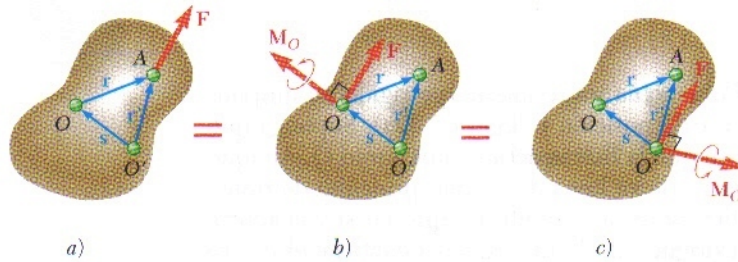


Figura 3.40

Este resultado también pudo obtenerse observando que, para trasladar a O' al sistema fuerza-par unido a O (figura 3.40b y c), el vector de par \mathbf{M}_O se puede mover libremente a O' ; sin embargo, para mover la fuerza \mathbf{F} de O a O' es necesario agregarle a \mathbf{F} un vector de par cuyo momento sea igual al momento con respecto a O' de la fuerza \mathbf{F} aplicada en O . Por tanto, el vector de par $\mathbf{M}_{O'}$ debe ser igual a la suma de \mathbf{M}_O y el vector $\mathbf{s} \times \mathbf{F}$.

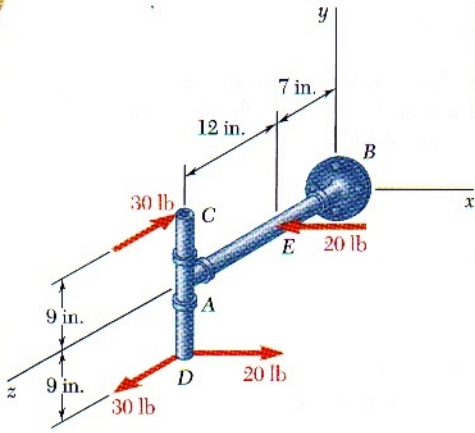
Como ya se ha mencionado, el sistema fuerza-par obtenido a partir de trasladar una fuerza \mathbf{F} de un punto A a un punto O consta de un vector de fuerza \mathbf{F} y de un vector de par \mathbf{M}_O perpendicular a \mathbf{F} . Por el contrario, cualquier sistema fuerza-par que conste de una fuerza \mathbf{F} y de un vector de par \mathbf{M}_O que sean *mutuamente perpendiculares*, puede ser reemplazado por una sola fuerza equivalente. Esto se lleva a cabo moviendo la fuerza \mathbf{F} en el plano perpendicular a \mathbf{M}_O hasta que su momento con respecto a O sea igual al momento del par que se desea eliminar.



Fotografía 3.2 La fuerza ejercida por cada mano sobre la llave puede reemplazarse por un sistema equivalente fuerza-par que actúa sobre la tuerca.

PROBLEMA RESUELTO 3.6

Determine las componentes del par simple que es equivalente a los dos pares mostrados.



SOLUCIÓN

Los cálculos se simplificarán si se fijan en A dos fuerzas de 20 lb iguales y opuestas. Esto permitirá reemplazar al par original de las fuerzas de 20 lb por dos nuevos pares originados por fuerzas de 20 lb, uno de los cuales se encuentra en el plano xz ; el otro se encuentra en un plano paralelo al plano xy . Los tres pares mostrados en el croquis adjunto pueden ser representados por tres vectores de par M_x , M_y y M_z dirigidos a lo largo de los ejes coordenados. Los momentos correspondientes son

$$\begin{aligned} M_x &= -(30 \text{ lb})(18 \text{ in.}) = -540 \text{ lb} \cdot \text{in.} \\ M_y &= +(20 \text{ lb})(12 \text{ in.}) = +240 \text{ lb} \cdot \text{in.} \\ M_z &= +(20 \text{ lb})(9 \text{ in.}) = +180 \text{ lb} \cdot \text{in.} \end{aligned}$$

Estos tres momentos representan las componentes del par simple \mathbf{M} , equivalente a los pares dados. Así, se escribe

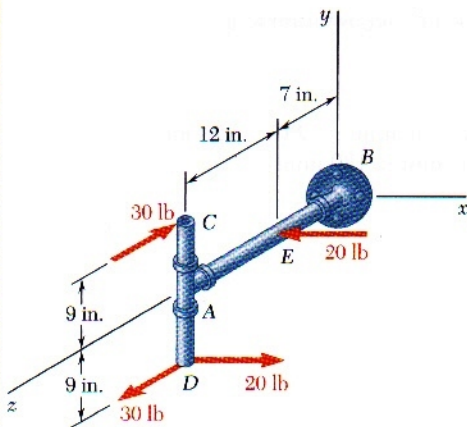
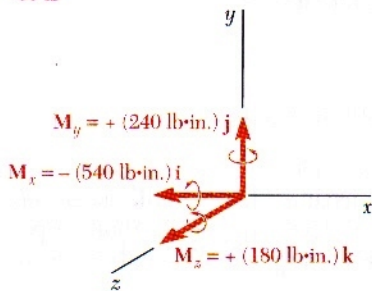
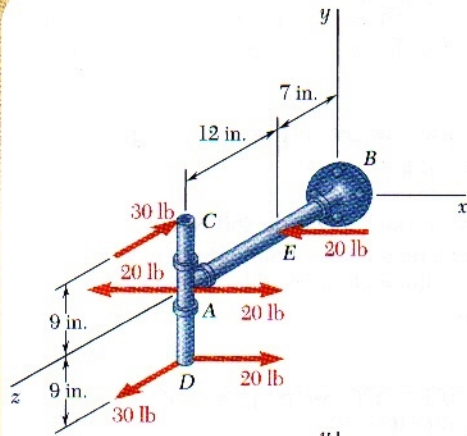
$$\mathbf{M} = -(540 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{i} + (240 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{j} + (180 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{k} \quad \blacktriangleleft$$

Solución alternativa. Las componentes del par equivalente simple \mathbf{M} también pueden ser determinadas calculando la suma de los momentos de las cuatro fuerzas dadas con respecto a un punto arbitrario. Si se elige al punto D, se escribe

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_D = (18 \text{ in.})\mathbf{j} \times (-30 \text{ lb})\mathbf{k} + [(9 \text{ in.})\mathbf{j} - (12 \text{ in.})\mathbf{k}] \times (-20 \text{ lb})\mathbf{i}$$

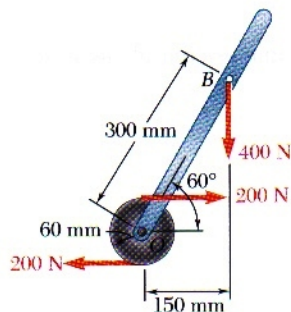
y después de calcular los diversos productos cruz se tiene

$$\mathbf{M} = -(540 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{i} + (240 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{j} + (180 \text{ lb} \cdot \text{in.})\mathbf{k} \quad \blacktriangleleft$$



PROBLEMA RESUELTO 3.7

Reemplace el par y la fuerza mostrados en la figura por una sola fuerza equivalente aplicada a la palanca. Determine la distancia desde el eje hasta el punto de aplicación de esta fuerza equivalente.



SOLUCIÓN

Primero se reemplazan la fuerza y el par dados por un sistema equivalente fuerza-par en O . La fuerza $\mathbf{F} = -(400 \text{ N})\mathbf{j}$ se mueve a O y al mismo tiempo se agrega un momento \mathbf{M}_O igual al momento con respecto a O , de la fuerza en su posición original.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_O &= \overline{OB} \times \mathbf{F} = [(0.150 \text{ m})\mathbf{i} + (0.260 \text{ m})\mathbf{j}] \times (-400 \text{ N})\mathbf{j} \\ &= -(60 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k}\end{aligned}$$

Este par se suma al par formado por las dos fuerzas de 200 N, cuyo momento es igual a $-(24 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k}$ y se obtiene un par cuyo momento es igual a $-(84 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k}$. Este último par puede ser eliminado aplicando la fuerza \mathbf{F} en un punto C seleccionado de manera que

$$\begin{aligned}-(84 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k} &= \overline{OC} \times \mathbf{F} \\ &= [(OC) \cos 60^\circ \mathbf{i} + (OC) \sin 60^\circ \mathbf{j}] \times (-400 \text{ N})\mathbf{j} \\ &= -(OC) \cos 60^\circ (400 \text{ N})\mathbf{k}\end{aligned}$$

Entonces, se concluye

$$(OC) \cos 60^\circ = 0.210 \text{ m} = 210 \text{ mm} \quad OC = 420 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Solución alternativa. Como el efecto de un par no depende de su ubicación, el par cuyo momento es igual a $-(24 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k}$ puede trasladarse a B ; por tanto, se obtiene un sistema fuerza-par en B . Ahora el par puede ser eliminado aplicando la fuerza \mathbf{F} en un punto C elegido de manera que

$$\begin{aligned}-(24 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{k} &= \overline{BC} \times \mathbf{F} \\ &= -(BC) \cos 60^\circ (400 \text{ N})\mathbf{k}\end{aligned}$$

Así, se concluye que

$$\begin{aligned}(BC) \cos 60^\circ &= 0.060 \text{ m} = 60 \text{ mm} \quad BC = 120 \text{ mm} \\ OC &= OB + BC = 300 \text{ mm} + 120 \text{ mm} \quad OC = 420 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft\end{aligned}$$

