Determine la magnitud y dirección de los ángulos directores de $\boldsymbol{F_1} = \{\mathbf{60i} - \mathbf{50j} + \mathbf{40k}\}\ \mathbf{N}$ y $\boldsymbol{F_2} = \{\mathbf{-40i} - \mathbf{85j} + \mathbf{30k}\}\ \mathbf{N}$. Esboce cada fuerza en un sistema de referencia x, y, z.

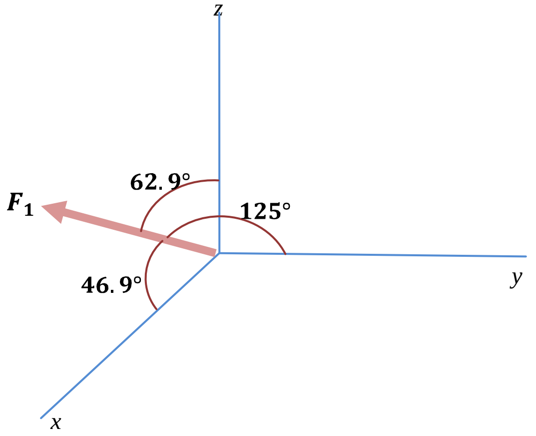
- *Resolviendo para la fuerza* $\boldsymbol{F_1}$
  - *Su magnitud es*

    $\boldsymbol{F_1} = \sqrt{(60)^2 + (-50)^2 + (40)^2} = 87.750 = \mathbf{87.7\ N}$ ♦
  - *Sus ángulos directores son*

    $\boldsymbol{\alpha_1} = \cos^{-1}\left(\frac{60}{87.750}\right) = \mathbf{46.9°}$ ♦

    $\boldsymbol{\beta_1} = \cos^{-1}\left(\frac{-50}{87.750}\right) = \mathbf{125°}$ ♦

    $\boldsymbol{\gamma_1} = \cos^{-1}\left(\frac{40}{87.750}\right) = \mathbf{62.9°}$ ♦



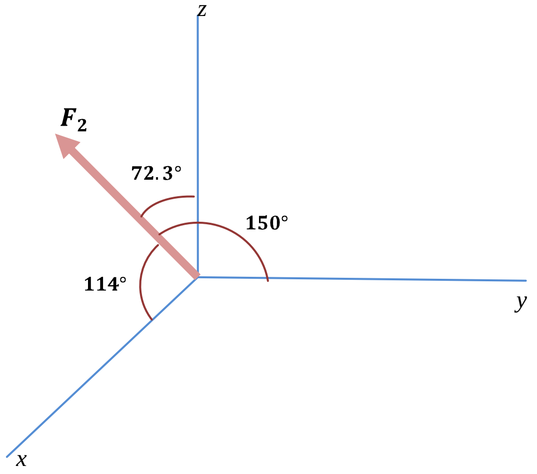
- *Resolviendo para la fuerza* $\boldsymbol{F_2}$
  - *Su magnitud es*

    $\boldsymbol{F_2} = \sqrt{(-40)^2 + (-85)^2 + (30)^2} = 98.615 = \mathbf{98.6\ N}$ ♦
  - *Sus ángulos directores son*

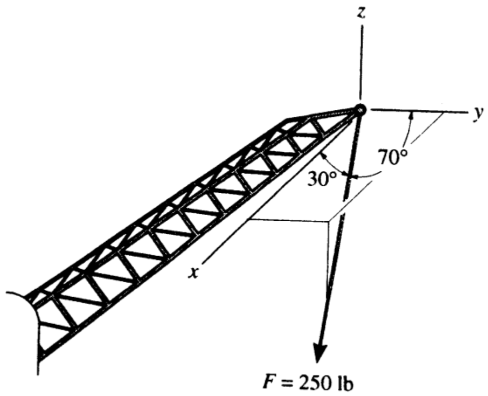
    $\boldsymbol{\alpha_2} = \cos^{-1}\left(\frac{-40}{98.615}\right) = \mathbf{114°}$ ♦

    $\boldsymbol{\beta_2} = \cos^{-1}\left(\frac{-85}{98.615}\right) = \mathbf{150°}$ ♦

    $\boldsymbol{\gamma_2} = \cos^{-1}\left(\frac{30}{98.615}\right) = \mathbf{72.3°}$ ♦



El cable al final del estampido de la grúa ejerce una fuerza de 250lb en el estampido como se muestra. Exprese la fuerza como un vector cartesiano.



Vector en notación cartesiana: con $\alpha = 30^0$ *y* $\beta = 70^0$*, el tercer ángulo de coordenadas* γ *puede ser determinado usando la ley de los cosenos*

$$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$$

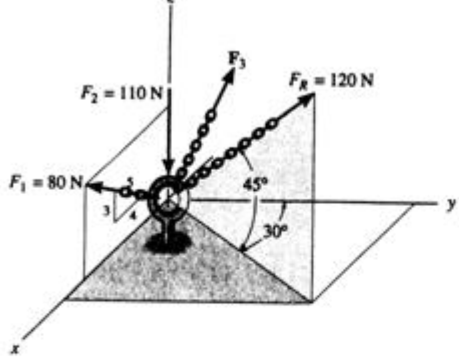
$$cos^2 30^0 + cos^2 70^0 + cos^2\gamma = 1$$

Pero como no tenemos "γ*" la despejamos y nos queda:*

$$cos\gamma = \pm 0.3647$$

$$\gamma = 68.62^{\circ} ó\ 111.39^{\circ}$$

Tres fuerzas actúan sobre el gancho. Si la fuerza resultante tiene una magnitud tal como se muestra una en la figura. Determine la magnitud y las coordenadas, dirección ángulos y fuerza de f_3.



$f_R = \{cos45sen30i + cos45cos30j + sen45k\}N$

$= \{42.43i73.48j84.85k\}N$

$f_1 = 80\left\{\frac{4}{5}i + \frac{3}{5}k\right\}N$= $\{64.0i + 84.0k\}$N

$f_2 = \{-110k\}N$

$f_3 = \{f_3 i + f_3 j + f_3 k\}$N

Fuerza resultante

$f_R = f_1 + f_2 + f_3$

$\{42.43i + 73.84j + 84.85k\}$

$= \{(64.0 + f_3)i + f_3 j(48.0 - 110 + f_3)k\}$

$64.0 + \mathrm{f}_{3_\mathrm{x}} = 42.23$ $\mathrm{f}_{3_\mathrm{x}} = -21.57\mathrm{N}$

$48.0 - 110 + f_{3_y} = 84.85$ $f_{3_y} = 73.48N$

$f_{3_z} = 146.85N$

Determinamos la magnitud de F_3

$$f_3\sqrt{f_{3_x}^2} + f_{3_y}^2 + f_{3_z}^2$$

$$= \sqrt{(-21.57)^2 + 73.48^2 + 146.85^2}$$

$= 165.62N$=166N

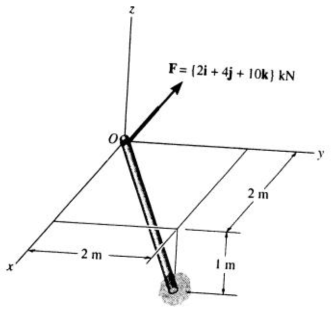
Las coordenadas ángulos y dirección son

$cos \propto \frac{f_{3_x}}{f_3} = \frac{-21.57}{165.62}$ $\propto = 97.5°$

$cos\beta \frac{f_{3_y}}{f_3} = \frac{73.48}{165.62}$ $\beta = 63.7°$

$$cos\gamma \frac{f_{3_z}}{f_3} = \frac{146.85}{165.62} = \quad \gamma = 75.5°$$

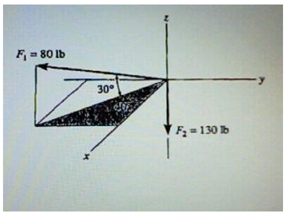
Determinar la proyección de la fuerza F a lo largo del polo



$projF = F$.Ua=(21+4j+10k) .$(\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j + \frac{1}{3}k)$

$$projf = 0.667kN$$

Determine la dirección y coordinación de la dirección de los ángulos de la fuerza resultante y el bosquejo del vector en el sistema de las coordenadas.



$F_1 = (80\cos 30^0 \cos 40^0\, i - 80\cos 30^0 \sin 40^0\, j + 80\sin 30^0\, k)$

$F_1 = \{53.1\, i - 44.5\, j + 40\, k\}\, lb$

$F_2 = \{-130\, k\}\, lb$

$F_R = F_1 + F_2$

$F_R = \{53.1\, i - 44.5\, j - 90.0\, k\}\, lb$

$F_R = \sqrt{(53.1)^2 + (-44.5)^2 + (-90.0)^2} = 114\, lb$

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{53.1}{113.6}\right) = 62.1^0$

$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-44.5}{113.6}\right) = 113^0$

$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-90.1}{113.6}\right) = 142^0$

Determine el ángulo θ entre los dos cables adjuntos a la tubería..

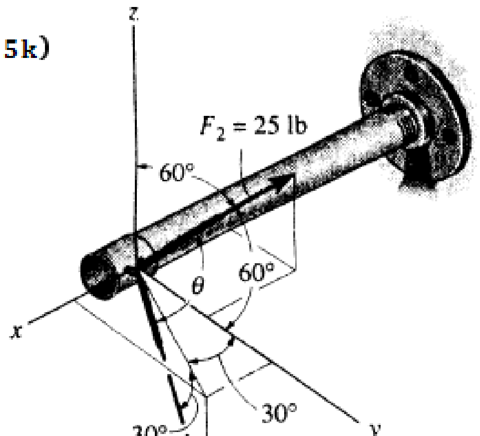
Ángulos entre dos vectores θ :

$\mathbf{U_{f1}.U_{f2}} = (\mathbf{0.4330i + 0.75j - 0.5k}).(\mathbf{-0.7071i + 0.5j + 0.5k})$

$= 0.4330(-0.7071) + 0.75(0.5) + (-0.5)(o.5)$

$= -0.182$

Entonces:

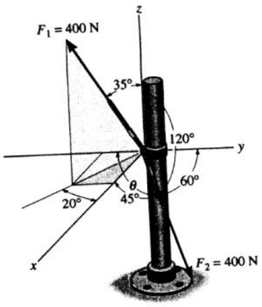


$$\theta = \cos^{-1}(\mathbf{U}_{f1}.\mathbf{U}_{f2}) = \cos^{-1}(-0.1882) = 100°$$

Vector unitario:

$$\mathbf{U}_{f1} = \cos 30° \mathrm{sen} 30° \mathbf{i} + \cos 30° \cos 30° \mathbf{j} - \mathrm{sen} 30° \mathbf{k}$$
$$= 0.4330\mathbf{i} + 0.75\mathbf{j} - 0.5\mathbf{k}$$
$$\mathbf{U}_{f2} = \cos 135° \mathbf{i} + \cos 60° \mathbf{j} + \cos 60° \mathbf{k}$$
$$= -0.7071\mathbf{i} + 0.5\mathbf{j} + 0.5\mathbf{k}$$

Cada cable ejerce una fuerza de 400 N en el poste. Determine la magnitud de la componente proyectada de $\mathbf{F}_1$ a lo largo de la línea de movimiento de $\mathbf{F}_2$.



Vector Fuerza:

$$\mu \mathbf{F}_1 = (\mathrm{sen}35° \cos 20°)\mathbf{i} - (\mathrm{sen}35° \mathrm{sen}20°)\mathbf{j} + (\cos 35°)\mathbf{k}$$

$$= \mathbf{0.5390i - 0.1962j + 0.8192k}$$

$$\mathbf{F}_1 = F_1 \mathbf{u}_{F_1} = 400\,(0.5390\,\mathbf{i} - 0.1962\,\mathbf{j} + 0.8192\,\mathbf{k})\,\mathrm{N}$$

$$= \{215.59\mathbf{i} - 78.47\mathbf{j} + 327.66\mathbf{k}\}\,\mathrm{N}$$

Vector Unitario: El vector unitario a lo largo de la línea de movimiento de $\mathbf{F}_2$ es:

$$\mathbf{u}F_2 = \cos 45° \mathbf{i} + \cos 60° \mathbf{j} + \cos 120° \mathbf{k}$$

$$= 0.7071\mathbf{i} + 0.5\mathbf{j} - 0.5\mathbf{k}$$

Componente proyectada de $\mathbf{F}_1$ a lo largo de la línea de movimiento de $\mathbf{F}_2$.

$$(F_1)_{F_2} = \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{u}_{F_2} = (215.59\mathbf{i} - 78.47\mathbf{j} + 327.66\mathbf{k}) \cdot (0.7071\mathbf{i} + 0.5\mathbf{j} - 0.5\mathbf{k})$$

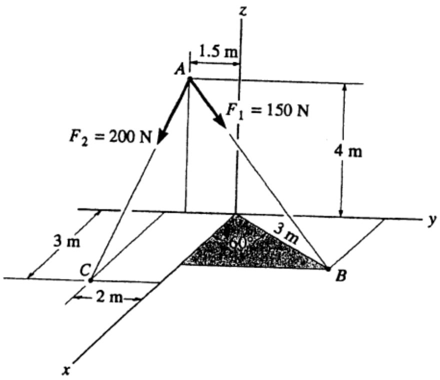
$$= (215.59)(0.7071) + (-78.47)(0.5) + (327.66)(-0.5)$$

$$= -50.6\,\mathrm{N}$$

El signo negativo indica que la componente fuerza $(F_1)_{F_2}$ actúa en el sentido opuesto de la dirección de $\mathbf{u}_{F_2}$.

De este modo la magnitud es: $(F_1)_{F_2} = 50.6\,\mathrm{N}$

Determine la magnitud y dirección de la fuerza resultante actuando en el punto A.



Partiendo de las coordenadas para cada uno de los puntos, encontramos vectores de posicion V_{ac} y V_{ab}.

$$r_{ac} = \{3i - 0.5j - 4k\} m$$

Encontramos magnitud de vector.

$$|r_{ac}| = \sqrt{(3)^2 + (-0.5)^2 + (-4)^2} \Rightarrow |r_{ac}| = 5.02494m$$

Vector Unitario.

$$F_2 = 200\left(\frac{3i - 0.5j - 4k}{5.02494}\right) = \{19.4024i + 19.9007j + 159.2959k\}$$

$$r_{ab} = \{3\cos 60° i + (1.5 + 3sen60°)j - 4K\} m$$

$$r_{ab} = (1.5i + 4.098j - 4k)m$$

$$|r_{ab}| = \sqrt{(1.5)^2 + (4.098)^2 + (-4)^2} \Rightarrow |r_{ab}| = 5.9198$$

$$F_1 = 150\left(\frac{1.5i + 4.098j - 4k}{5.9198}\right) \Rightarrow F_1 = (38.8880i + 103.8405j - 101.3548k)$$

$$FR = F_1 + F_2$$

$$FR = (157.4124i + 83.9398j - 260.5607k)$$

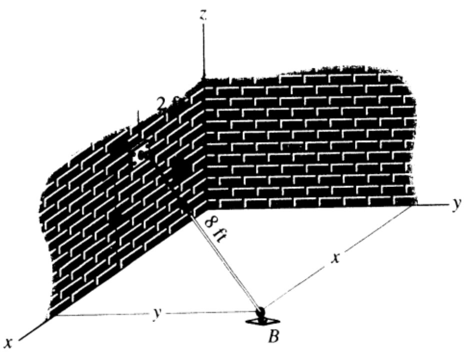
$$|FR| = \sqrt{(157.4124)^2 + (83.9398)^2 + (-260.5607)^2} \Rightarrow |FR| = 316N \text{ Respuesta}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{157.4124}{316}\right) = 60.1° \text{ Respuesta}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{83.9398}{316}\right) = 74.6° \text{ Respuesta}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-260.5607}{316}\right) = 146° \text{ Respuesta}$$

La cuerda ejerce una fuerza F = 20 libras, si el cable es de 8 pies de largo z = x 4 pies y el componente de la fuerza es Fx = 25 libras, determinar la ubicación x, y del punto del Anexo B de la cuerda en el suelo.



$$Mx = \frac{25}{30} = 0.833$$

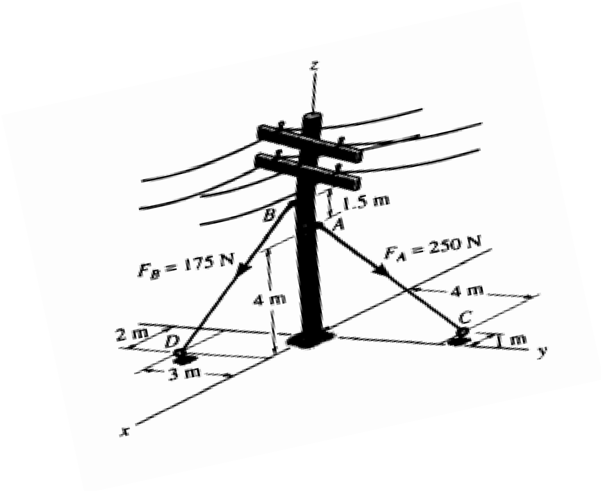
$$rx = rMx = 8(0.833) = 3.67ft$$

$$x = 6.67 \qquad\qquad x = 8.67ft$$

$$r = \sqrt{(6.67)^2 + y^2} + 4^2 = 8$$

$$y = 1.89ft$$

Los alambres de individuo se utilizan para apoyar el poste del teléfono. Represente el forcé en cada alambre adentro forma cartesiana del vector.



Unidad de vectores:

$$r_{ac} = \{(-1-0)i + (4-0)j + (0-4)k\}m = \{-1i + 4j - 4k\}m$$

$$r_{ac} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-4)^2} = 5.745\ m$$

$$u_{ac} = \frac{r_{ac}}{r_{ac}} = \frac{-1i + 4j - 4k}{5.745} = -o.1741i + 0.6963j - 0.6963k$$

$$r_{bd} = \{(2-0)i + (-3-0)j + (0-5.5)k\}m = \{2i - 3j - 5.5k\}m$$

$$r_{bd} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (0-5.5)^2} = 6.576$$

$$u_{bd} = \frac{r_{ad}}{r_{bd}} = \frac{2i - 3j - 5.5k}{6.576} = 0.3041i - 0.4562j - 0.8363k$$

Fuerza de vectores:

$$F_a = F_a u_{ac}$$

$$F_a = 250\{-0.1741i + 0.6963j - 0.6963k\}N$$

$F_a = \{-43.52i + 174.08j - 174.08k\}N$

$F_a = \{-43.5i + 174j - 174k\}N$

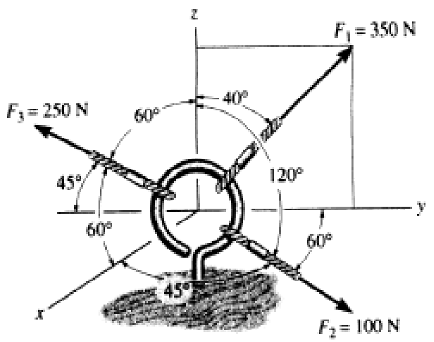
$F_b = F_b u_{bd}$

$F_b = 175\{0.3041i - 0.4562j - 0.8363k\}N$

$F_b = \{53.22i - 79.83j - 146.36k\}N$

$$F_b = \{53.2i - 79.8j - 146.k\}$$

Los cables unidos al ojo del serew son sujeto a las tres fuerzas demostradas. exprese la fuerza en forma cartesiana del vector y determine la magnitud y los ángulos coordinados de la dirección del fuerza resultante.



Notación del vector cartesiano:

$F_1 = 350\{\sin 40j + \cos 40k\}N$

$= \{224.98j + 268.12k\}N$

$= \{225j + 268k\}N$

$F_2 = \{\cos 45i + \cos 60j + \cos 120k\}N$

$= \{70.71i + 50.0j - 50.0k\}N$

$= \{70.7i + 50.0j - 50.0k\}N$

$F_3 = 250\{\cos 60\, i + \cos 135\, j + \cos 60\, k\}N$

$= \{125i - 176.78j + 125.0k\}N$

$= \{125i - 176j + 125k\}N$

Fuerza resultante:

$F_R = F_1 + F_2 + F_3$

$= \{(70.71 + 125)i + (224.98 + 50.0 - 176)j + (268 - 50.0 + 125)k\}N$

$=\{195.71i + 98.20j + 125k\}N$

La magnitud de la fuerza resultante:

$$F_R = \sqrt{{F_1}^2 + {F_2}^2 + {F_3}^2}$$

$$= \sqrt{195.71^2 + 98.20^2 2 + 125^2}$$

$$= 407.03N = 407$$

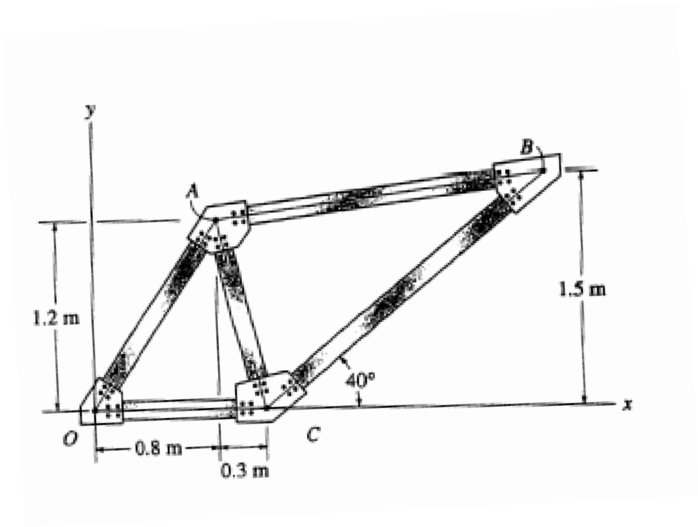
Los ángulos directores de la coordenadas son:

$$\cos\alpha = \frac{F_{Ri}}{F_R} = \frac{195.71}{407.03} = \ \alpha = 61.3$$

$$\cos\beta = \frac{F_{Rj}}{F_R} = \frac{98.20}{407.03} = \ \ \beta = 76.0$$

$$\cos\gamma = \frac{F_{RZ}}{F_R} = \frac{343.12}{407.03} = \ \ \gamma = 3$$

Determinar la longitud del miembro AB de la estructura primero estableciendo un vector de posición cartesiana desde A hasta B y luego determine su magnitud.



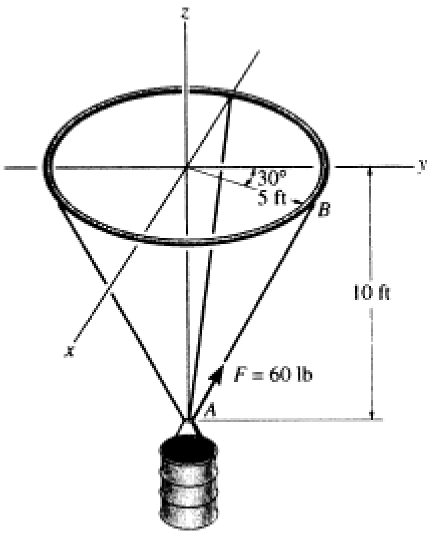
$$r_{AB} = \left(1.1\ +\ \frac{1.5}{\tan 40°} -\ 0.8\right)i\ +\ (1.5 - 1.2)j$$

$$r_{AB} = [(2.09)i\ + (0.3)j]m$$

$$r_{AB} = \sqrt{(2.09)^2 + (0.3)^2}$$

$$r_{AB} = 2.11\ m$$

La carga en A crea una fuerza de $60\ lb$ en el alambre AB, Exprese esta fuerza como un vector cartesiano actuando en A y dirigido hacia B como se muestra.



Vector unitario: primero determinar la posición del vector r_{AB}. Las coordenadas del punto B son:

$B\ (5 \sin 30)(5 \cos 30)(0)$

$f_t = B\ (2.50)(4.330)(0)\ f_t$

$r_{AB} = \{[(2.50 - 0)i\ + (4.330 - 0)j\ + [0 - (-10)]k]\}\ f_t$

$r_{AB} = [2.50\ i\ + 4.330\ j\ + 10.0\ k]f_t$

$r_{AB} = \sqrt{(2.50)^2\ + (4.330\ )^2\ + (10.0)^2}$

$r_{AB} = 11.180\ \ f_t$

$u_{AB} = \frac{r_{AB}}{|r_{AB}|}$

$$u_{AB} = \frac{2.50\, i\ + 4.330\, j\ + 10.0\, k}{11.180}$$

$u_{AB} = 0.2236\, i\ + 0.3873\, j\ + 0.8944\, k$

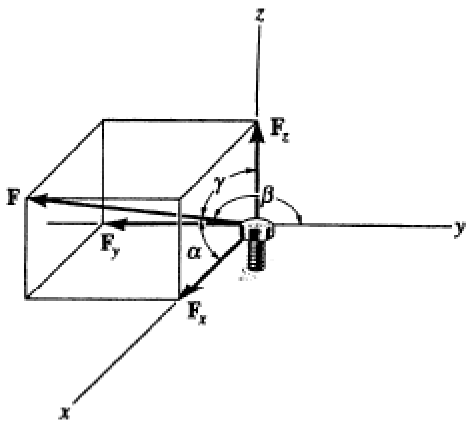
Fuerza del vector

$F = Fu_{AB}$

$Fu_{AB} = 60\ (0.2236\, i\ + 0.3873\, j\ + 0.8944\, k)\ lb$

$Fu_{AB} = (13.4\, i\ + 23.2\, j\ + 53.7\, k\ )lb$

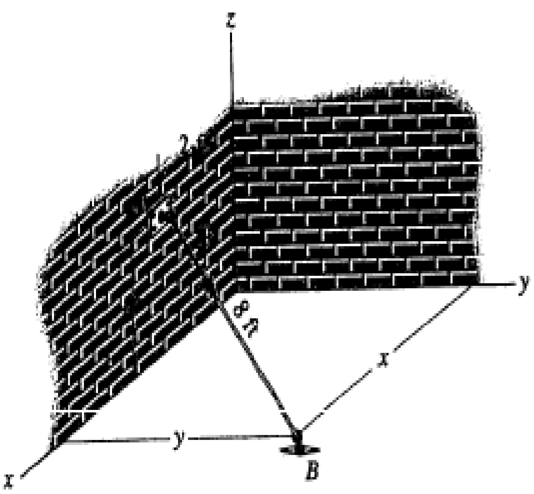
El tornillo se sujeta a la fuerza F que tiene componentes que actúan a lo largo de los ejes x, y, z como se muestra. Si la magnitud de F es 80 N, α = 60º y γ = 45º, determine las magnitudes de sus componentes.



$$\cos\beta = \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\gamma}$$
$$\cos\beta = \sqrt{1 - \cos^2 60° - \cos^2 45°}$$
$$\beta = 120°$$

$$F_x = |80 \cos 60°| = 40\ N$$
$$F_y = |80 \cos 120°| = 40\ N$$
$$F_z = |80 \cos 45°| = 56.6\ N$$

El cordón ejerce una fuerza F en el gancho. Si el cordón tiene 8 ft de largo, determine la situación x, y del punto de atadura B, y la altura z del gancho.



$$u = \frac{\mathrm{F}}{F} = \frac{\{12i + 9j - 8k\}}{\sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (-8)^2}}$$

$$= (0.706i + 0.529j - 0.471k)$$

$$r = ru = 8u = \{5.65i + 4.24j - 3.76k\}\ ft$$

$$x - 2 = 5.65;\ \ x = 7.65\ ft$$

$y - 0 = 4.24;\ \ y = 4.24\ ft$

$0 - z = -3.76;\ \ z = 3.76\ ft$

El tubo se apoya en sus extremos por una cuerda AB. Si la cuerda ejerce una fuerza de F = 12 libras en la tubería en A, expresar esta fuerza como un vector cartesiano.

Vector unitario: las coordenadas del punto A se

$A(5.3cos20° - 3sen20°)ft = A(5.00{,}2.819 - 1.0026)ft$

$r_{AB} = \{(0-5.00)i + (0-2.819)j + [6 — 1.026)k]\}ft = \{-5.00i - 2.819j + 7.026k\}ft$

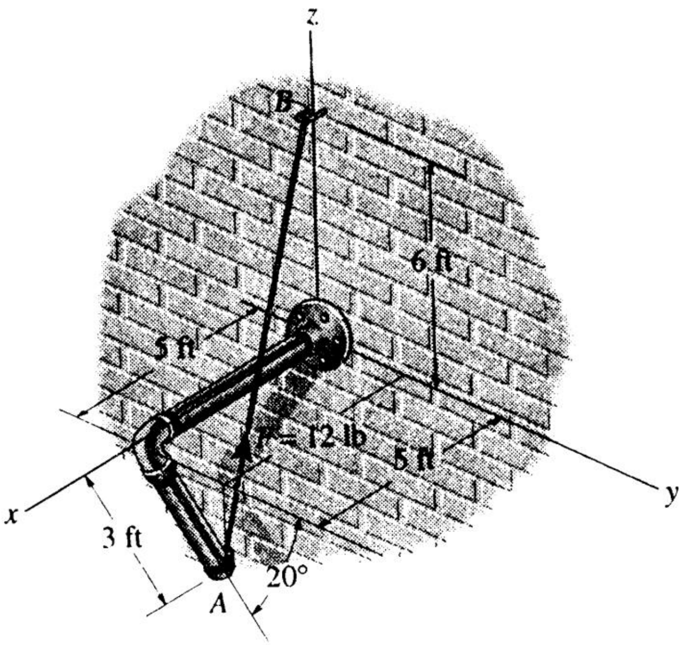
$r_{AB}\sqrt{(-5.00)^2 + (-2.819)^2 + 7.026^2} = 9.073ft$

$u_{AB} = \frac{r_{AB}}{r_{AB}} = \frac{-5.00i - 2.819j + 7.026k}{9.073}$

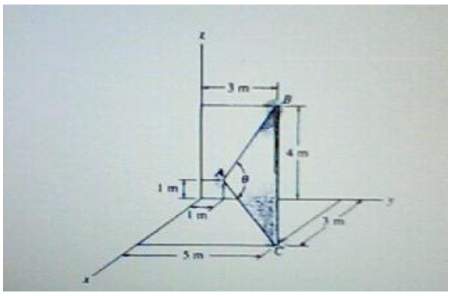
$u_{AB} = \frac{r_{AB}}{r_{AB}} = -0.5511i - 0.3107j + 0.7744k$

$F = Fu_{AB} = 12\{-0.5511i - 0.3107j + 0.7744k\}lb$

$= \{-6.61i - 3.73j + 9.29k\}\text{lb}$



Determine la longitud del lado BC de la lámina triangular. Resolver el problema encontrando la magnitud de r_{AC}; entonces verifique el primer resultado encontrando θ, r_{AB} y r_{AC}, luego use la regla de los cosenos.



$r_{BC} = \{3i + 2j - 4k\}m$

$r_{BC} = \sqrt{3^2 + 2^2 - 4^2} = 5.39\ m$

$r_{AC} = \{3i + 4j - 1k\}m$

$r_{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 1^2} = 5.0990\ m$

$r_{AB} = \{2j + 3k\}m$

$r_{AB} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3.6056\ m$

$r_{AC} . r_{AB} = 0 + 4(2) + (-1)(3) = 5$

Cada una de las cuatro fuerzas que actúan en E tiene una magnitud de 28 kN. Exprese cada fuerza Como UN vector cartesiano y determinar la fuerza resultante.

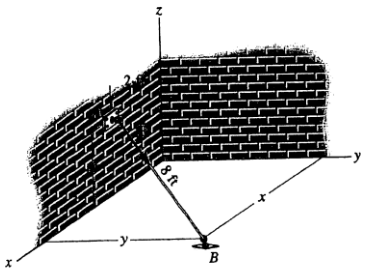
$u = \frac{F}{F} = \frac{\{12i+9j-8k\}}{\sqrt{(12)^2+(9)^2+(-8)^2}} = (0.706i + 0.529j - 0.471k)$

$r = ru = 8u = \{5.65i + 4.24j - 3.76k\}ft$

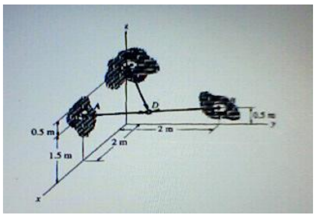
$x - 2 = 5.65; x = 7.65ft$

$y - 0 = 4.24; y = 4.24ft$

$0 - z = -3.76; z = 3.76ft$



Determine la longitud de los cables AD, BD, y CD. El grado en D es intermedio entre A y B.



$$D\left(\frac{2+0}{2},\ \frac{0+2}{2},\frac{1.5+0.5}{2}\right)m = D(1,1,1)m$$

$$r_{AD} = (1-2)i + (1-0)j + (1-1.5)k$$

$$= -1i + 1j - 0.5k$$

$$r_{BD} = (1-0)i + (1-2)j + (1-0.5)k$$

$$= 1i - 1j + 0.5k$$

$$r_{CD} = (1-0)i + (1-0)j + (1-2)k$$

$$= 1i + 1j - 1k$$

$$r_{AD} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-0.5)^2} = 1.50\,m$$

$$r_{BD} = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0.5^2} = 1.50\,m$$

$$r_{CD} = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} = 1.73\,m$$