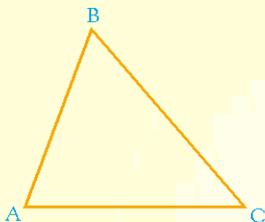


Triángulos

Definición

Es la figura geométrica formada por la unión de tres puntos no colineales mediante segmentos.



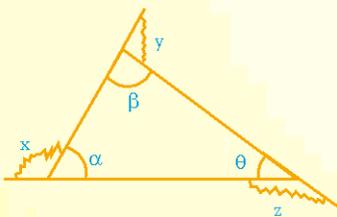
ELEMENTOS

Vértices: A, B, C.
Lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} .

NOTACIÓN

Triángulo ABC : $\triangle ABC$

ÁNGULOS DETERMINADOS

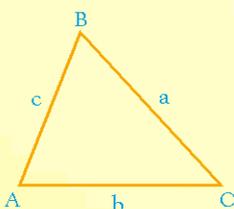


MEDIDA DE ÁNGULOS

Interior : α, β, θ .
Exterior : x, y, z .

Perímetro

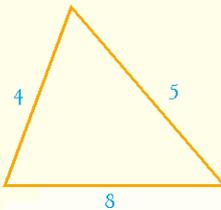
Es la suma de las medidas de los lados.



$$2p = a + b + c$$

Ejemplo:

De la figura, calcula el perímetro del triángulo.



Resolución:

$$2p = 4 + 5 + 8$$

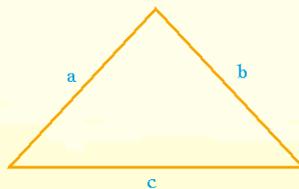
$$2p = 17$$

Clasificación

Los triángulos se clasifican por las medidas de sus ángulos y lados.

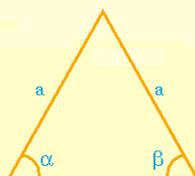
POR SUS LADOS

Triángulo Escaleno.- Es aquel triángulo que tiene sus lados diferentes.



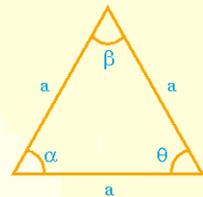
$$a \neq b \neq c$$

Triángulo Isósceles.- Es aquel triángulo que tiene dos lados iguales.



$$\alpha = \beta$$

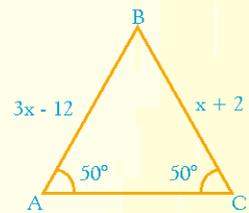
Triángulo Equilátero.- Es aquel triángulo que tiene sus tres lados iguales.



$$\alpha = \beta = \theta = 60^\circ$$

Ejemplos:

1) Calcula el valor de x.



Resolución:

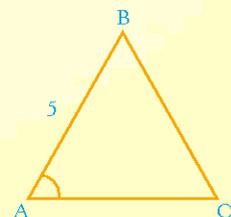
$$\text{Como } \hat{A} = \hat{C}$$

$$\Rightarrow 3x - 12 = x + 2$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

2) Calcula el perímetro si el triángulo es equilátero.

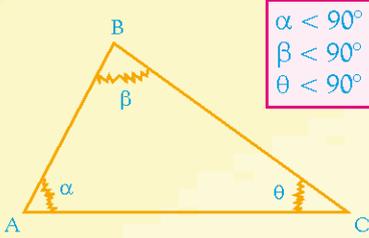


Resolución:

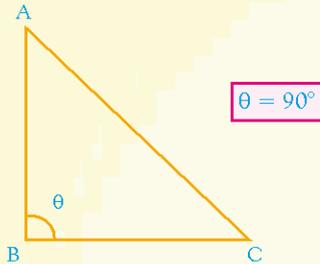
Como el $\triangle ABC$ es equilátero,
 $BC = AC = 5$
luego : $2p = 5 + 5 + 5 = 15$

POR SUS ÁNGULOS

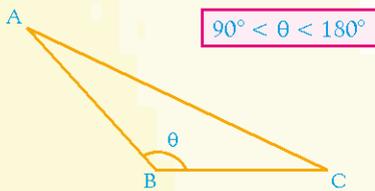
Triángulo Acutángulo. - Es aquel cuyos ángulos internos son agudos.



Triángulo Rectángulo. - Es aquel que tiene un ángulo de 90° .

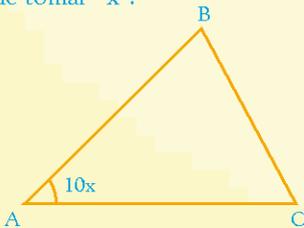


Triángulo Obtusángulo. - Es aquel que tiene un ángulo obtuso.



Ejemplo:

Si el triángulo ABC es acutángulo, calcula el máximo valor entero que puede tomar "x".



Resolución:

Como el ΔABC es acutángulo

$$10x < 90^\circ$$

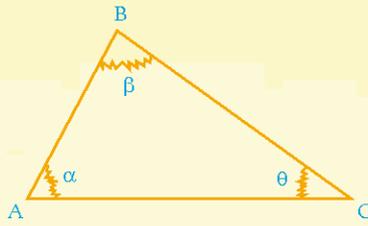
$$x < 9$$

$$x = \{1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ, 7^\circ, 8^\circ\}$$

luego el máximo valor es 8° .

Propiedades Fundamentales

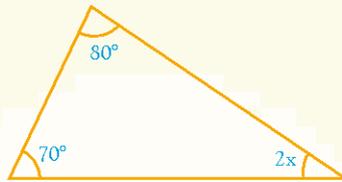
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

Ejemplo:

Calcula "x".



Resolución:

$$70^\circ + 80^\circ + 2x = 180^\circ$$

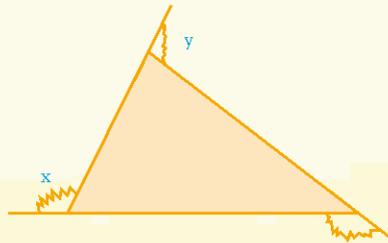
$$150^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 150^\circ$$

$$2x = 30^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

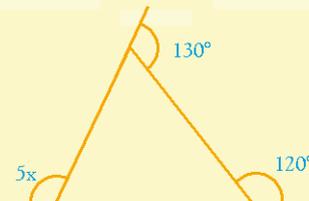
SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO



$$x + y + z = 360^\circ$$

Ejemplo:

Calcula "x".



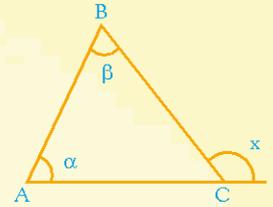
Resolución:

$$5x + 130^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$5x = 110^\circ$$

$$x = 22^\circ$$

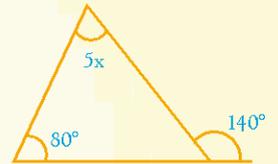
UN ÁNGULO EXTERIOR A UN TRIÁNGULO



$$x = \alpha + \beta$$

Ejemplo:

Calcula "x".



Resolución:

$$140^\circ = 5x + 80^\circ$$

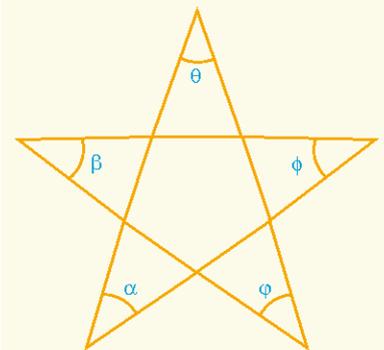
$$60^\circ = 5x$$

$$12^\circ = x$$



Nota

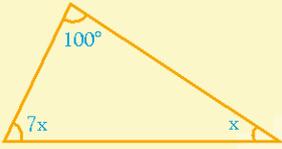
En una estrella de 5 puntas, la suma de los ángulos internos de los puntas es igual a 180° .



$$\alpha + \beta + \theta + \phi + \phi = 180^\circ$$

Ejercicios Resueltos

1) Calcula "x".

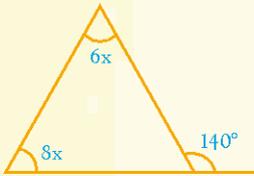


Resolución:

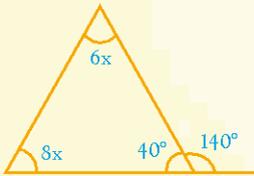
La suma de las medidas de los ángulos interiores es 180° .

$$\begin{aligned} 7x + x + 100^\circ &= 180^\circ \\ 8x &= 80^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

2) Calcula "x".



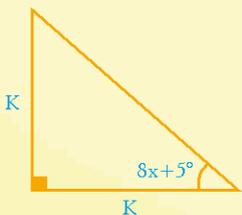
Resolución:



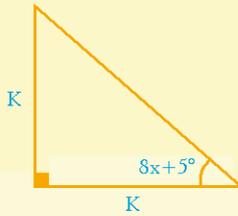
Sabemos:

$$\begin{aligned} 8x + 6x + 40^\circ &= 180^\circ \\ 14x &= 140^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

3) Calcula "x".



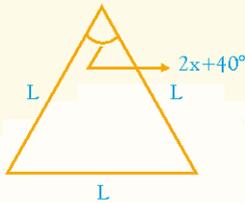
Resolución:



Es un triángulo rectángulo isósceles:

$$\begin{aligned} 8x + 5^\circ &= 45^\circ \\ 8x &= 40^\circ \\ x &= 5^\circ \end{aligned}$$

4) Calcula "x".

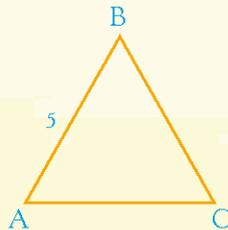


Resolución:

El triángulo es equilátero:

$$\begin{aligned} 2x + 40^\circ &= 60^\circ \\ 2x &= 20^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

5) Calcula el perímetro del triángulo y la suma de sus ángulos internos si es un triángulo equilátero.



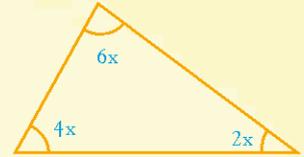
Resolución:

Como es un triángulo equilátero, todos sus lados son iguales, entonces:
 $2p = 5 + 5 + 5 = 15$
 Y sus ángulos internos iguales a 60° , entonces: # ángulos internos = $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

Ejercicios de Aplicación

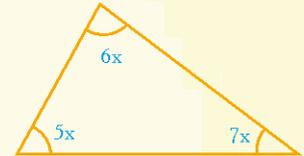
Nivel I

1) Calcula x.



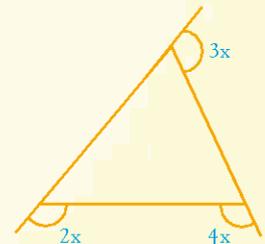
- a) 15° b) 18° c) 12°
 d) 10° e) 20°

2) Calcula x.



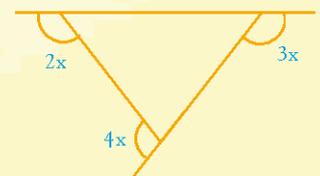
- a) 15° b) 18° c) 12°
 d) 10° e) 5°

3) Calcula x.



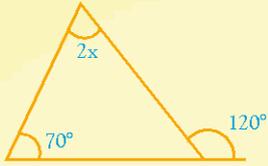
- a) 15° b) 18° c) 12°
 d) 10° e) 40°

4) Calcula x.



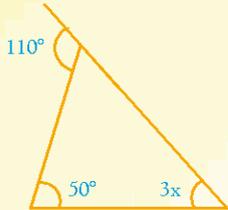
- a) 60° b) 70° c) 80°
 d) 50° e) 40°

5) Calcula x.



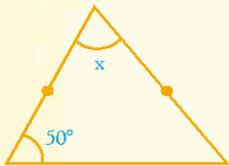
- a) 50° b) 25° c) 40°
d) 45° e) 30°

6) Calcula x.



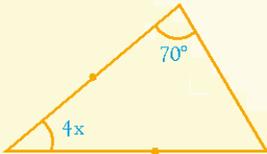
- a) 20° b) 30° c) 40°
d) 10° e) 50°

7) Calcula x.



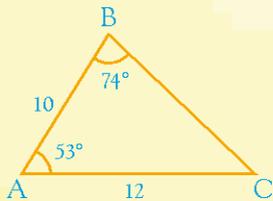
- a) 50° b) 100° c) 80°
d) 40° e) 60°

8) Calcula x.



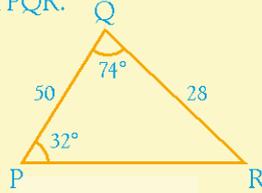
- a) 5° b) 10° c) 15°
d) 20° e) 30°

9) Calcula el perímetro del $\triangle ABC$.



- a) 32 b) 16 c) 22
d) 11 e) 34

10) Calcula el valor del perímetro del $\triangle PQR$.



- a) 114 b) 128 c) 57
d) 39 e) 80

11) Calcula x.



- a) 130° b) 120° c) 140°
d) 40° e) 50°

12) Calcula x.



- a) 100° b) 80° c) 70°
d) 110° e) 90°

13) Calcula x.



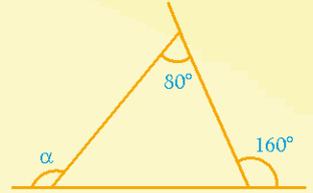
- a) 90° b) 135° c) 120°
d) 100° e) 75°

14) Calcula x.



- a) 120° b) 135° c) 100°
d) 90° e) 150°

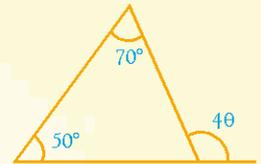
15) Halla α .



- a) 110° b) 100° c) 130°
d) 120° e) 140°

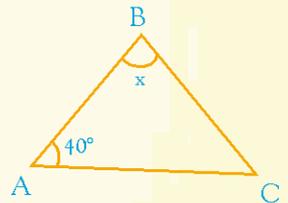
Nivel II

16) Calcula θ .



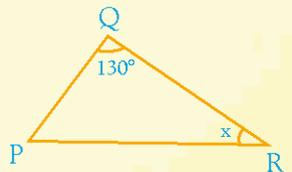
- a) 35° b) 45° c) 40°
d) 20° e) 30°

17) Halla x si $AB=BC$.



- a) 110° b) 120° c) 80°
d) 100° e) 90°

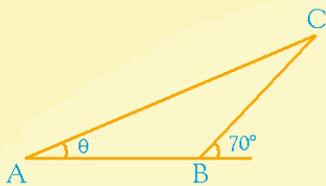
18) Halla x si $PQ=QR$.



- a) 25° b) 20° c) 35°
d) 30° e) 45°

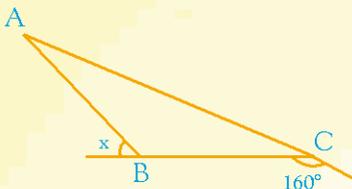


19) Halla θ si $AB=BC$.



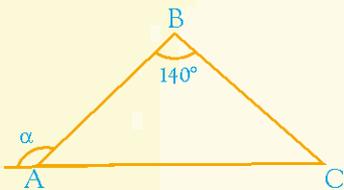
- a) 35° b) 30° c) 25°
 d) 20° e) 36°

20) Halla x si $AB=BC$.



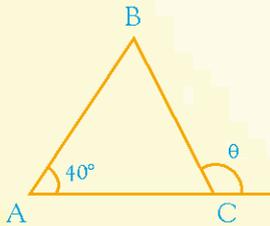
- a) 20° b) 30° c) 40°
 d) 36° e) 48°

21) Halla α si $AB=BC$.



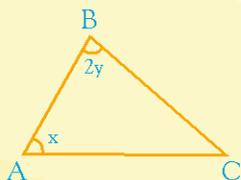
- a) 130° b) 150° c) 160°
 d) 140° e) 135°

22) Calcula θ si $AB=AC$.



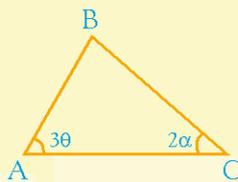
- a) 80° b) 110° c) 90°
 d) 100° e) 120°

23) Calcula $x+y$ si el ΔABC es equilátero.



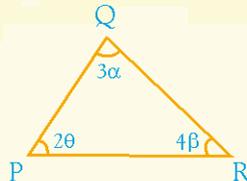
- a) 80° b) 110° c) 90°
 d) 100° e) 120°

24) Halla $\alpha+\theta$ si el ΔABC es equilátero.



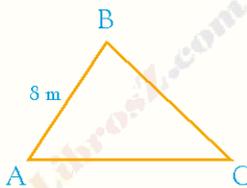
- a) 90° b) 120° c) 100°
 d) 60° e) 50°

25) Halla $\alpha+\theta+\beta$ si el ΔPQR es equilátero.



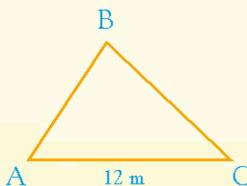
- a) 60° b) 75° c) 55°
 d) 45° e) 65°

26) Calcula el perímetro del ΔABC si es equilátero.



- a) 16 m b) 32 m c) 24 m
 d) 48 m e) 30 m

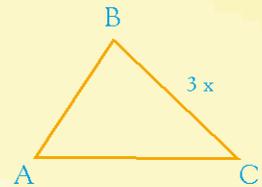
27) Calcula el perímetro del ΔABC , si es equilátero.



- a) 32 m b) 36 m c) 30 m
 d) 48 m e) 60 m

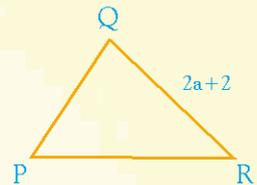


28) Halla x si el perímetro del ΔABC es 45 m y dicho triángulo es equilátero.



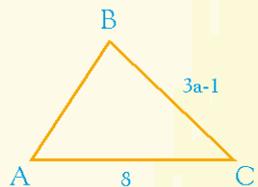
- a) 4 m b) 8 m c) 6 m
 d) 9 m e) 5 m

29) Halla "a" si el perímetro del ΔPQR es 30 m y dicho triángulo es equilátero.



- a) 3 m b) 2 m c) 4 m
 d) 5 m e) 6 m

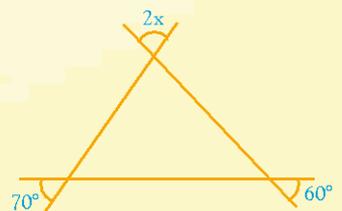
30) Halla "a" si ABC es un triángulo equilátero.



- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 6 e) 8

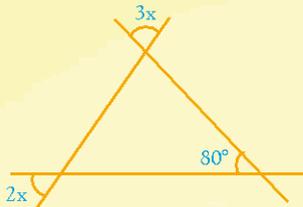
Nivel III

31) Calcula x .



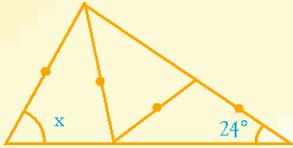
- a) 25° b) 50° c) 40°
 d) 60° e) 45°

32) Calcula x.



- a) 20° b) 30° c) 5°
d) 25° e) 40°

33) Calcula x.



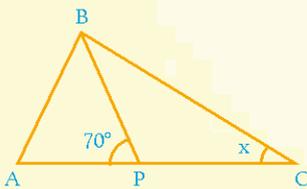
- a) 72° b) 64° c) 96°
d) 60° e) 84°

34) Calcula x.



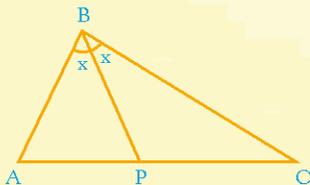
- a) 54° b) 36° c) 72°
d) 64° e) 81°

35) Calcula x si $AC = BC$ y $AB = BP$.



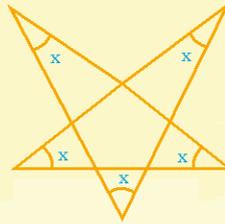
- a) 40° b) 50° c) 60°
d) 20° e) 35°

36) Calcula x si $AC = BC$ y $AB = BP$.



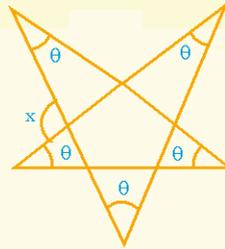
- a) 36° b) 30° c) 40°
d) 48° e) 18°

37) Calcula x.



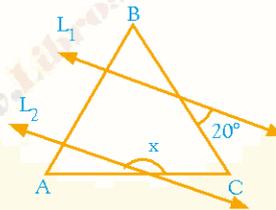
- a) 36° b) 18° c) 48°
d) 9° e) 54°

38) Calcula $x + \theta$.



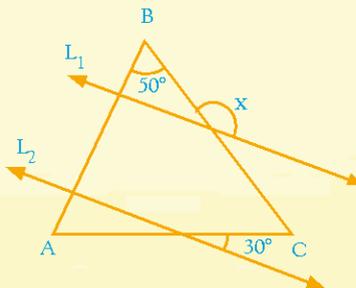
- a) 36° b) 108° c) 144°
d) 132° e) 154°

39) Si el ΔABC es equilátero, calcula $x (\overline{L_1}/\overline{L_2})$.



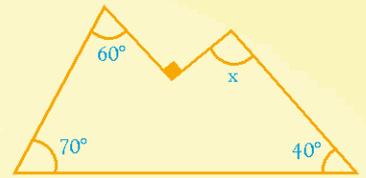
- a) 40° b) 120° c) 140°
d) 130° e) 150°

40) Si el ΔABC es isósceles ($AB = BC$), calcula x. $(\overline{L_1}/\overline{L_2})$.



- a) 125° b) 135° c) 145°
d) 155° e) 165°

41) Calcula x.



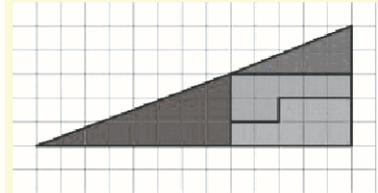
- a) 80° b) 90° c) 100°
d) 110° e) 120°



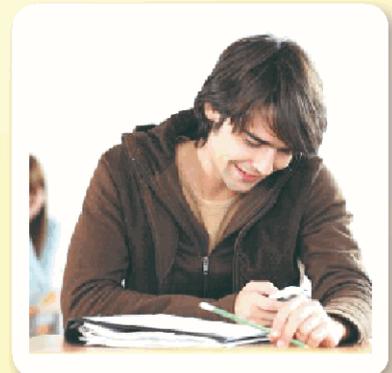
¿Sabías Que...?

Hablando de triángulos

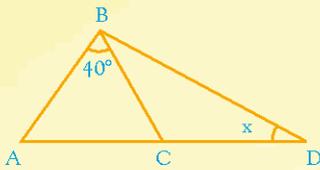
Observa los siguientes triángulos. Están conformados por las mismas partes.



Pero al cambiarlas de posición:

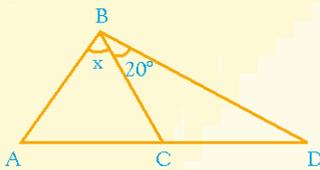


42) Halla x si $AB=BC=CD$.



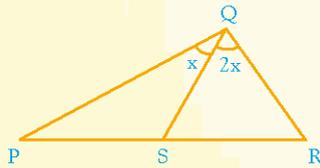
- a) 30° b) 20° c) 25°
 d) 35° e) 24°

43) Calcula x si $AB=BC=CD$.



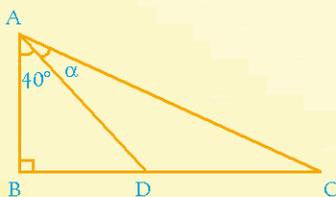
- a) 110° b) 90° c) 100°
 d) 120° e) 80°

44) Halla x si $QS=QR=PS$.



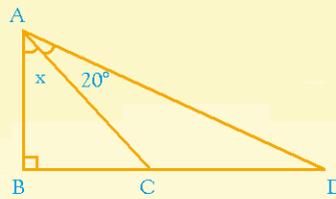
- a) 30° b) 20° c) 10°
 d) 18° e) 36°

45) Calcula α si $AD=DC$.



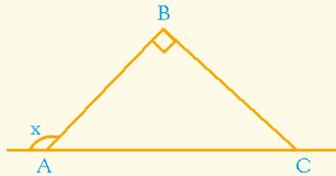
- a) 20° b) 18° c) 36°
 d) 25° e) 24°

46) Halla x si $AC=CD$.



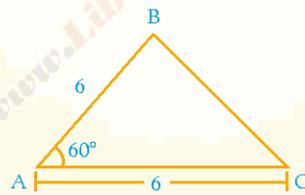
- a) 20° b) 40° c) 50°
 d) 30° e) 60°

47) Halla x si $AB=BC$.



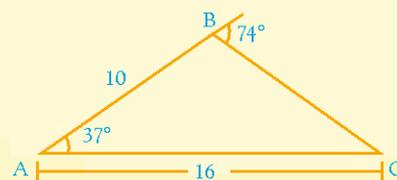
- a) 120° b) 130° c) 125°
 d) 115° e) 135°

48) Halla el perímetro del $\triangle ABC$.



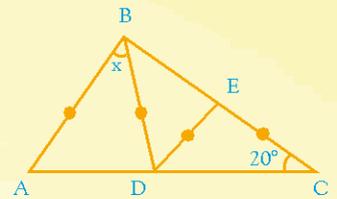
- a) 12 b) 14 c) 20
 d) 18 e) 25

49) Calcula el perímetro del $\triangle ABC$.



- a) 30 b) 32 c) 42
 d) 48 e) 36

50) Si $AB=BD=DE=EC$, calcula x .



- a) 30° b) 40° c) 50°
 d) 60° e) 70°



¿Sabías Que...?

Observa el reloj de la fotografía adjunta. ¿Verdad que las doce divisiones de las horas no han sido colocadas al azar? Puesto que las horas tienen la misma duración, estemos donde estemos. ¿Cómo crees que serán los ángulos que forman, con respecto al centro, el 3 con el 4, el 7 con el 8 ó el 11 con el 12?

¡Excelente! Estas aberturas son un ejemplo preciso de ángulos congruentes.

